

Facoltà di Architettura
Istituzioni di Matematiche 2
II prova in corso d'anno - 31 Maggio 2008
Prof. Laura Tedeschini Lalli, Paola Magrone, Stefano Rossi.

NOME: _____ COGNOME: _____

MATRICOLA: _____

**Svolgere i seguenti esercizi, utilizzando il retro dei fogli per i conti.
Non usare altri fogli. Riportare le risposte negli spazi.**

1. Una superficie quadrica nello spazio \mathbf{R}^3 ha le seguenti intersezioni con i piani coordinati: con il piano $x = 0$ la curva di equazione $y = z^2$ e con il piano $z = 0$ la curva $y = \frac{x^2}{9}$.

(i) Fare uno schizzo della superficie nello spazio \mathbf{R}^3 ;

(ii) dire di che tipo di superficie si tratta;

(iii) scrivere l'equazione della quadrica.

2. Data la funzione di due variabili $z = \sqrt{1 - \frac{x^2}{9} - y^2}$

(i) trovare l'insieme di esistenza di $f(x, y)$ e farne uno schizzo;

(ii) qual'è il bordo di questo insieme? La superficie è definita anche sul bordo?

(iii) disegnare le curve di livello per $z = 0, \frac{1}{2}, 1,$

(iii) fare uno schizzo della superficie nello spazio \mathbf{R}^3 .

3. Data la funzione $f(x, y) = 2x^2 + 2y^2 - x^3 - y^3$

(i) Calcolare $\nabla f(x, y)$;

(ii) Trovare i punti in cui il gradiente si annulla.

(iii) Studiare la natura dei punti critici attraverso la matrice Hessiana.

(iv) Calcolare la derivata direzionale lungo la direzione $\underline{v} = (0, 1)$ nel punto $P_0(1, 1)$.

(v) Calcolare il piano tangente nel punto P_1 di coordinate $(1, 1)$.

4. Sia T la regione contenuta nel semipiano $y > 0$ e delimitata dalla circonferenza di centro l'origine e raggio 1 e la parabola di equazione $y + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2} = 0$.

(i) Tracciare uno schizzo di T .

(ii) Scrivere T come dominio normale verticale (y -semplice).

(iii) Impostare l'integrale $\int \int_T 2x^2y \, dx dy$;

(iv) Calcolarlo.

5. (i) Una casa ha pianta rettangolare di lati 10 e 12 m. Il tetto è inclinato a 30° ($\frac{\pi}{6}$) lungo il lato maggiore. L'altezza minima da terra del tetto è 3m. Trovare il volume della casa.