

Facoltà di Architettura  
**Istituzioni di Matematiche 2**  
II prova in corso d'anno - 31 Maggio 2008  
Prof. Laura Tedeschini Lalli, Paola Magrone, Stefano Rossi.

NOME: \_\_\_\_\_ COGNOME: \_\_\_\_\_

MATRICOLA: \_\_\_\_\_

**Svolgere i seguenti esercizi, utilizzando il retro dei fogli per i conti.  
Non usare altri fogli. Riportare le risposte negli spazi.**

1. Una superficie quadrica nello spazio  $\mathbf{R}^3$  ha le seguenti intersezioni con i piani coordinati: con il piano  $x = 0$  la curva di equazione  $y = z^2$  e con il piano  $z = 0$  la curva  $y = \frac{x^2}{9}$ .

(i) Fare uno schizzo della superficie nello spazio  $\mathbf{R}^3$ ;

(ii) dire di che tipo di superficie si tratta;

(iii) scrivere l'equazione della quadrica.

2. Data la funzione di due variabili  $z = \sqrt{1 - \frac{x^2}{9} - y^2}$

(i) trovare l'insieme di esistenza di  $f(x, y)$  e farne uno schizzo;

(ii) qual'è il bordo di questo insieme? La superficie è definita anche sul bordo?

(iii) disegnare le curve di livello per  $z = 0, \frac{1}{2}, 1,$

(iii) fare uno schizzo della superficie nello spazio  $\mathbf{R}^3$ .

**3.** Data la funzione  $f(x, y) = 2x^2 + 2y^2 - x^3 - y^3$

(i) Calcolare  $\nabla f(x, y)$ ;

(ii) Trovare i punti in cui il gradiente si annulla.

(iii) Studiare la natura dei punti critici attraverso la matrice Hessiana.

(iv) Calcolare la derivata direzionale lungo la direzione  $\underline{v} = (0, 1)$  nel punto  $P_0(1, 1)$ .

(v) Calcolare il piano tangente nel punto  $P_1$  di coordinate  $(1, 1)$ .

4. Sia  $T$  la regione contenuta nel semipiano  $y > 0$  e delimitata dalla circonferenza di centro l'origine e raggio 1 e la parabola di equazione  $y + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2} = 0$ .

(i) Tracciare uno schizzo di  $T$ .

(ii) Scrivere  $T$  come dominio normale verticale ( $y$ -semplice).

(iii) Impostare l'integrale  $\int \int_T 2x^2y \, dx dy$ ;

(iv) Calcolarlo.

**5.** (i) Una casa ha pianta rettangolare di lati 10 e 12 m. Il tetto è inclinato a  $30^\circ$  ( $\frac{\pi}{6}$ ) lungo il lato maggiore. L'altezza minima da terra del tetto è 3m. Trovare il volume della casa.