

1	
2	
3	
4	
5	

Facoltà di Architettura  
**Istituzioni di Matematiche 2- Appello del 18 giugno 2008**  
Proff. Laura Tedeschini Lalli, Paola Magrone, Stefano Rossi.

NOME: \_\_\_\_\_ COGNOME : \_\_\_\_\_

MATRICOLA : \_\_\_\_\_

**Svolgere i seguenti esercizi, utilizzando il retro dei fogli per i conti. Non usare altri fogli. Riportare le risposte negli spazi.**

**ESERCIZIO 1.** Sia  $T$  la regione contenuta nella striscia  $0 < x < \frac{\pi}{2}$ , delimitata dalla retta  $y = \frac{1}{2}$  e la funzione  $y = \sin x$ .

(i) Tracciare uno schizzo di  $T$ .

(ii) Scrivere  $T$  come dominio normale verticale ( $y$ -semplice).

(iii) Impostare l'integrale  $\int \int_T 3x \, dx dy$ ;

(iv) Calcolarlo.

**ESERCIZIO 2.** Date le rette

$$r : \begin{cases} x(t) = 3 + 3t \\ y(t) = -2 - 3t \\ z(t) = 3 + t \end{cases} \quad q : \begin{cases} x(t) = 2t \\ y(t) = 4 + 4t \\ z(t) = -4 - 8t \end{cases}$$

(i) stabilire se sono complanari o meno;

(ii) Calcolare l'equazione del piano passante per la retta  $r$  e il punto  $P_0(-1, 1, 2)$ .

(iii) Calcolare la distanza tra la retta  $q$  e il punto  $P_0$ .

**ESERCIZIO 3.** (i) Scrivere la trasformazione lineare da  $\mathbf{R}^2$  in  $\mathbf{R}^2$  che ottiene il seguente risultato (trovare la matrice che la rappresenta):

(ii) Una trasformazione lineare  $T : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$  è rappresentata dalla matrice

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

tracciare uno schizzo di come viene trasformato il seguente motivo:

**ESERCIZIO 4. (a):** Una superficie quadrica nello spazio  $\mathbf{R}^3$  ha le seguenti intersezioni con i piani coordinati: con il piano  $y = 0$  la curva di equazione  $2z^2 - 2x^2 = 1$ , e con il piano  $x = 0$  la curva  $2z^2 + 4y^2 = 1$ .

(i) Fare uno schizzo della superficie nello spazio  $\mathbf{R}^3$ ;

(ii) dire di che tipo di superficie si tratta e scrivere l'equazione della quadrica.

(b) Tracciare uno schizzo schematico della superficie nello spazio  $\mathbf{R}^3$  di equazione:

$$2y^2 = x^2 + z^2$$

**ESERCIZIO 5.** Data la funzione  $z = f(x, y) = x^3 + xy + y^3 + 5$ :

- (i) Determinare l'insieme di esistenza di  $f(x, y)$ ;
  
- (ii) Disegnare le sezioni con i piani di equazione:  $x = -y$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ , poi provare a metterle nello stesso riferimento cartesiano.

(iii) Calcolare  $\nabla f(x, y)$ .

(iv) Stabilire l'insieme dei punti critici di  $f(x, y)$ .

(iii) Studiare la natura dei punti critici e classificarli.