1	
2	
3	
4	
5	

Facoltà di Architettura

Istituzioni di Matematiche 2- Appello del 3 settembre 2008

Proff. Laura Tedeschini Lalli, Paola Magrone,Stefano Rossi.

NOME:____________________ COGNOME : ___________________________

MATRICOLA : _________________________

Svolgere i seguenti esercizi, utilizzando il retro dei fogli per i conti. Non usare altri fogli. Riportare le risposte negli spazi.

ESERCIZIO 1. Sia T la porzione della circonferenza di centro l'origine e raggio 1 contenuta nel primo quadrante $(x > 0,\ y > 0)$.

(i) Tracciare uno schizzo di T.

(ii) Scrivere T come dominio normale verticale (y-semplice, fibrato verticalmente).

(iii) Impostare l'integrale della funzione $f(x, y) = x^{\frac{1}{2}}y$ su questo dominio;

(iv) Calcolarlo.

ESERCIZIO 2. E' dato il piano β di equazione cartesiana $x + y + z = 1$ e la retta r di equazioni parametriche:

$$r : \begin{cases} x(t) = 2at \\ y(t) = (1-a)t \\ z(t) = -2at \end{cases}$$

dove a è un parametro reale.

(i) Scrivere la condizione di ortogonalitá tra retta e piano; verificare che non vi è alcun valore di a per cui la retta r è ortogonale al piano dato.

(ii) Scrivere la condizione di parallelismo tra retta e piano; determinare il valore di a per cui la retta r è parallela al piano dato.

(iii) Determinare la distanza fra il piano e la retta individuata al punto precedente (n.b. avete appena dimostrato che sono paralleli, quindi tutti i punti della retta sono alla stessa....).

ESERCIZIO 3. (i) Scrivere la trasformazione lineare da $\mathbf{R^2}$ in $\mathbf{R^2}$ che ottiene il seguente risultato (trovare la matrice che la rappresenta):

(ii) Una trasformazione lineare $T: \mathbf{R^2} \to \mathbf{R^2}$ è rappresentata dalla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$$

tracciare uno schizzo di come viene trasformato il seguente motivo:

ESERCIZIO 4. (a): Una superficie quadrica nello spazio $\mathbf{R^3}$ ha le seguenti intersezioni con i piani coordinati: con il piano $x = 0$ la curva di equazione $y^2 + z^2 = 4$, e con il piano $z = 0$ la curva $y^2 - x^2 = 4$.

(i) Fare uno schizzo della superficie nello spazio $\mathbf{R^3}$;

(ii) dire di che tipo di superficie si tratta e scrivere l'equazione della quadrica.

(b) Tracciare uno schizzo schematico della superficie nello spazio $\mathbf{R^3}$ di equazione:

$$\frac{z^2}{4} = y^2 + 1$$

ESERCIZIO 5. Data la funzione $z = f(x, y) = x^3 + 6xy + y^2$:

(i) Determinare l'insieme di esistenza di $f(x, y)$;

(ii) Calcolare $\nabla f(x, y)$.

(iii) Stabilire l'insieme dei punti critici di $f(x, y)$.

(iv) Studiare la natura dei punti critici e classificarli.

(v) Trovare l'equazione del piano tangente alla superficie nel punto $P(0, 0)$