

Facoltà di Architettura  
**Istituzioni di Matematiche 2**

II prova in corso d'anno - 26 Maggio 2007

Proff. Laura Tedeschini Lalli, Paola Magrone, Agnese Di Castro, Tommaso Leonori.

Svolgere i seguenti esercizi, utilizzando il retro dei fogli per i conti. Non usare altri fogli.  
Riportare le risposte negli spazi.

NOME: \_\_\_\_\_ COGNOME: \_\_\_\_\_

MATRICOLA: \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO 1.** Sia  $A$  la regione del piano racchiusa tra le rette di equazione  $x = 2$ ,  $y = 2x + 2$ ,  $y = -x + 2$ .  
i) Tracciare uno schizzo di  $A$

ii) Descrivere  $A$  come dominio semplice rispetto ad un asse.

iii) Usare la precedente descrizione per impostare l'integrale:

$$\int \int_A (x^2 + y) dx dy.$$

iv) Calcolare l'integrale.

**ESERCIZIO 2.** Data la curva polare  $r(\theta) = \theta^3$  con  $\theta \in [0, 6\pi]$ :

i) Dire se è periodica in  $\theta$  ed eventualmente calcolarne il periodo.

ii) Riempire la seguente tabella

$\theta$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$	$\frac{5\pi}{2}$	$3\pi$	$\frac{7\pi}{2}$	$4\pi$	$\frac{9\pi}{2}$	$5\pi$	$\frac{11\pi}{2}$	$6\pi$
r														

iii) Tracciare schematicamente il grafico di  $r(\theta)$ .

**ESERCIZIO 3.** Con riferimento alla curva piana dell'esercizio precedente:

i) passare in coordinate cartesiane, otterrete così la stessa curva come curva parametrica  $(x(\theta), y(\theta))$ .

ii) Calcolare il vettore e versore tangente nel punto di parametro  $\theta = 2\pi$ .

iii) Si consideri la curva in  $\mathcal{R}^3$  di equazione

$$\mathcal{C} = \begin{cases} x = x(\theta) \\ y = y(\theta) \\ z = \theta^3. \end{cases}$$

La proiezione a terra di questa curva è quella dell'esercizio 2. La curva  $\mathcal{C}$  invece giace su una superficie quadrica. Indicare quale e fare uno schizzo.

**ESERCIZIO 4** Data la funzione  $f(x, y) = \frac{1}{2}x^4 - x^2 + y^2$ .

i) Scrivere  $\nabla f(x, y)$ .

ii) Trovare i punti in cui il gradiente si annulla.

iii) Studiare la natura dei punti critici attraverso la matrice Hessiana.

iv) Calcolare il piano tangente nel punto di coordinate  $(0, 1)$ .

v) Calcolare la derivata lungo la direzione  $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$  in  $(0, 1)$ .

