

1
2
3
4

Facoltà di Architettura

Istituzioni di Matematiche 2 - Appello del 29 gennaio 2008

Proff. Laura Tedeschini Lalli, Paola Magrone, Agnese Di Castro, Tommaso Leonori.

NOME: _____ COGNOME : _____

MATRICOLA : _____

ESERCIZIO 1. Date le rette di equazione

$$r : \begin{cases} x(t) = 2 + 3t \\ y(t) = -t \\ z(t) = 2 \end{cases} \quad s : \begin{cases} x(t) = -2t \\ y(t) = 2 + t \\ z(t) = 2 + 3t \end{cases}$$

(i) stabilire se sono sghembe.

(ii) Calcolare l'equazione del piano α contenente la retta r e passante per l'origine.

(iii) Calcolare la distanza tra il punto $P(0, 2, 2)$ e il piano α .

ESERCIZIO 2. Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

(i) Calcolare il determinante di A e stabilire se la matrice é invertibile;

(ii) Calcolare l'inversa di A ;

(iii) Risolvere

$$AX = B \text{ per } B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

ESERCIZIO 3. Data la funzione $z = f(x, y) = x^3 + xy - x + y^2$:

(i) Calcolare $\nabla f(x, y)$.

(ii) Stabilire l'insieme dei punti critici di $f(x, y)$.

(iii) Studiare la natura dei punti critici.

(iv) Scrivere l'equazione del piano tangente alla superficie nell'origine $(0, 0)$ e nel punto di coordinate $(1, 0)$.

(v) Calcolare la derivata direzionale lungo il versore $v = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ in $(1, 0)$.

ESERCIZIO 4. Sia T la regione di piano delimitata dall'asse delle ordinate, la retta $y = 2$ e la curva di equazione $4x - y^2 = 0$.

(i) Tracciare uno schizzo di T .

(ii) Scrivere T come dominio normale sia rispetto alle x che rispetto alle y .

(iii) Scrivere l'integrale $\int \int_T (y + y^3)x \, dx \, dy$ in entrambe le descrizioni del dominio.

(iv) Calcolarlo in uno dei due modi.