

Facoltà di Architettura
Istituzioni di Matematiche 2

I Appello - 18 Giugno 2007

Proff. Laura Tedeschini Lalli, Paola Magrone, Agnese Di Castro, Tommaso Leonori.

NOME: _____ COGNOME: _____

MATRICOLA: _____

ESERCIZIO 1. Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

(i) Dire se è invertibile, e perché.

(ii) Calcolare, se possibile A^{-1} .

(iii) Risolvere il seguente sistema $A\underline{x} = B$ con $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

ESERCIZIO 2. Scrivere l'equazione del piano passante α per i punti $P_0(1, 0, 3)$, $P_1(2, 0, 1)$ e $P_2(0, 1, 0)$

(i) Scrivere le componenti del vettore e del versore normale al piano α

(ii) Scrivere l'equazione della retta ortogonale al piano α e passante per il punto $P(0, 2, 0)$.

(iii) Calcolare la distanza tra il piano α e il punto P .

ESERCIZIO 3. Data la funzione $z = f(x, y) = 1 + \sin(x^2 + y^2)$:

(i) Studiare le curve di livello per $z \equiv k$ con $k = 0, 1, 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}, 2$

(ii) Tracciare schematicamente il grafico in R^3 dell'andamento della superficie.

(iii) Calcolare $\nabla f(x, y)$.

(iv) Stabilire l'insieme dei punti critici di $f(x, y)$.

(v) Studiare la natura dei punti critici INTERNI al quadrato $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \times (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

(vi) Scrivere l'equazione del piano tangente alla superficie nel punto di coordinate $(0, \sqrt{\pi})$.

ESERCIZIO 4. Sia T la regione di piano delimitata dalle rette $y = 1$, $y = x$ e $y = -x$:

(i) Tracciare uno schizzo di T .

(ii) Scrivere T come dominio normale sia rispetto alle x che rispetto alle y .

(iii) Scrivere l'integrale $\int \int_T e^{-y^2} dx dy$ in entrambe le descrizioni del dominio.

(iv) Calcolarlo in uno dei due modi.