

Facoltà di Architettura  
**Istituzioni di Matematiche 2**

I Appello - 18 Giugno 2007

Proff. Laura Tedeschini Lalli, Paola Magrone, Agnese Di Castro, Tommaso Leonori.

NOME: \_\_\_\_\_ COGNOME: \_\_\_\_\_

MATRICOLA: \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO 1.** Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

(i) Dire se è invertibile, e perché.

(ii) Calcolare, se possibile  $A^{-1}$ .

(iii) Risolvere il seguente sistema  $A\underline{x} = B$  con  $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

**ESERCIZIO 2.** Scrivere l'equazione del piano passante  $\alpha$  per i punti  $P_0(1, 0, 3)$ ,  $P_1(2, 0, 1)$  e  $P_2(0, 1, 0)$

(i) Scrivere le componenti del vettore e del versore normale al piano  $\alpha$

(ii) Scrivere l'equazione della retta ortogonale al piano  $\alpha$  e passante per il punto  $P(0, 2, 0)$ .

(iii) Calcolare la distanza tra il piano  $\alpha$  e il punto  $P$ .

**ESERCIZIO 3.** Data la funzione  $z = f(x, y) = 1 + \sin(x^2 + y^2)$ :

(i) Studiare le curve di livello per  $z \equiv k$  con  $k = 0, 1, 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}, 2$

(ii) Tracciare schematicamente il grafico in  $R^3$  dell'andamento della superficie.

(iii) Calcolare  $\nabla f(x, y)$ .

(iv) Stabilire l'insieme dei punti critici di  $f(x, y)$ .

(v) Studiare la natura dei punti critici INTERNI al quadrato  $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \times (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

(vi) Scrivere l'equazione del piano tangente alla superficie nel punto di coordinate  $(0, \sqrt{\pi})$ .

**ESERCIZIO 4.** Sia  $T$  la regione di piano delimitata dalle rette  $y = 1$ ,  $y = x$  e  $y = -x$ :

(i) Tracciare uno schizzo di  $T$ .

(ii) Scrivere  $T$  come dominio normale sia rispetto alle  $x$  che rispetto alle  $y$ .

(iii) Scrivere l'integrale  $\int \int_T e^{-y^2} dx dy$  in entrambe le descrizioni del dominio.

(iv) Calcolarlo in uno dei due modi.