

Facoltà di Architettura  
**Istituzioni di Matematiche 2**

II Appello - 4 luglio 2007

Prof. Laura Tedeschini Lalli, Paola Magrone, Agnese Di Castro, Tommaso Leonori.

NOME: \_\_\_\_\_ COGNOME: \_\_\_\_\_

MATRICOLA: \_\_\_\_\_

Svolgere i seguenti esercizi, utilizzando il retro dei fogli per i conti. Non usare altri fogli. Riportare le risposte negli spazi.

**ESERCIZIO 1.** Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 1 & 4 & h \end{pmatrix}$$

(i) Calcolare il determinante di  $A$ ;

(ii) dire per quali valori di  $h \in \mathbb{R}$  la matrice  $A$  è invertibile;

(iii) Calcolare l'inversa di  $A$  per  $h = 4$ ;

(iv) Risolvere

$$AX = B \text{ per } B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

**ESERCIZIO 2.** Date le rette

$$r : \begin{cases} x(t) = 2t \\ y(t) = 1 + t \\ z(t) = t \end{cases} \quad s : \begin{cases} x(t) = 3 - 2t \\ y(t) = 1 + t \\ z(t) = 1 \end{cases}$$

(i) stabilire se sono sghembe.

(ii) Se non lo sono, stabilire se sono incidenti o parallele.

(iii) Scrivere l'equazione del piano  $\alpha$  che contiene la retta  $s$  e passante per il punto  $P_0(3, 4, 2)$ .

(iv) Calcolare la distanza di  $P_0$  e di  $P_1(1, 2, 2)$  da  $\alpha$ .

**ESERCIZIO 3.** (a) Data la funzione  $z = f(x, y) = x^3 + 4x^2y - xy^2 + x$

(i) studiare i punti critici della funzione  $f(x, y)$  e classificarli

(ii) dato il punto  $(1, 0)$  scrivere l'equazione del piano tangente nel punto corrispondente sulla superficie  $z = f(x, y)$ ;

(b) Data la funzione  $g(x, y) = \sqrt{x^2 + 4y^2}$ , disegnare le curve di livello alle quote  $z = k$  con  $k = 0, 1, 2$  e tracciare uno schizzo della superficie.

**ESERCIZIO 4.** Data la curva di equazione

$$\mathcal{C} = \begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = t^2 \\ z(t) = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

(i) Calcolare il triedro mobile nel punto di parametro  $t = 1$ .

(ii) questa curva è piana. Perché?

N.B.: potete dimostrarlo attraverso il triedro mobile, oppure immaginando, e poi calcolando, in quale piano si trova, o anche in altri modi.

**ESERCIZIO 5.** Sia  $A$  la regione di piano delimitata dalle rette  $x = 1$ ,  $x = -1$ ,  $y = 0$  e  $y = x^2$ .

(i) Fare uno schizzo della regione  $A$ .

(ii) Esprimere  $A$  come dominio normale sia rispetto alle  $x$  che alle  $y$ ;

(iii) Usare la precedente descrizione per impostare l'integrale:

$$\int_A (x^2 + y) dx dy.$$

(iv) calcolare l'integrale doppio.