

1	
2	
3	
4	

Facoltà di Architettura

Istituzioni di Matematiche 2- III Appello - 6 settembre 2007

Proff. Laura Tedeschini Lalli, Paola Magrone, Agnese Di Castro, Tommaso Leonori.

NOME: _____ COGNOME : _____

MATRICOLA : _____

Svolgere i seguenti esercizi, utilizzando il retro dei fogli per i conti. Non usare altri fogli. Riportare le risposte negli spazi.

ESERCIZIO 1. Date le rette

$$r : \begin{cases} x(t) = 3t \\ y(t) = t \\ z(t) = 2 + t \end{cases} \quad s : \begin{cases} x(t) = 2 + 6t \\ y(t) = 1 + 2t \\ z(t) = 2t \end{cases} \quad q : \begin{cases} x(t) = 2t \\ y(t) = 1 \\ z(t) = 3 + t \end{cases}$$

(i) stabilire se sono mutuamente sghembe;

(ii) Se non lo sono, stabilire se sono incidenti o parallele.

(iii) nel caso in cui due tra le tre rette date siano complanari, scrivere l'equazione del piano α che le contiene entrambe;

(iv) Calcolare la distanza tra il piano trovato e l'origine.

ESERCIZIO 2. Data la curva polare $r(\theta) = 2 \sin \frac{\theta}{2}$ con $\theta \in [0, 2\pi]$:

i) Dire se è periodica in θ ed eventualmente calcolarne il periodo.

ii) Riempire la seguente tabella

θ	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	π	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	2π
r									

iii) Tracciare schematicamente il grafico di $r(\theta)$.

iv) passare in coordinate cartesiane, otterrete così la stessa curva come curva parametrica $(x(\theta), y(\theta))$;

v) calcolare le componenti del vettore tangente alla curva.

ESERCIZIO 3. Data la funzione $z = f(x, y) = x^2y + x^2 - 2y$:

(i) Calcolare $\nabla f(x, y)$.

(ii) Stabilire l'insieme dei punti critici di $f(x, y)$.

(iii) Studiare la natura dei punti critici.

(iv) Scrivere l'equazione del piano tangente alla superficie nei punti di coordinate $P_0(\sqrt{2}, -1)$ e $P_1(1, 1)$.

(v) Calcolare la derivata direzionale lungo il versore $v = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ in $P_2(0, 1)$.

ESERCIZIO 4. Sia T la regione di piano delimitata dall'asse delle ascisse e l'ellisse di centro l'origine e semiassi 1 e 2.

(i) Tracciare uno schizzo di T .

(ii) Scrivere T come dominio normale sia rispetto alle x che rispetto alle y .

(iii) Scrivere l'integrale $\int \int_T x^2 y \, dx dy$ in entrambe le descrizioni del dominio.

(iv) Calcolarlo in uno dei due modi.