

Facoltà di Architettura  
**Laurea Specialistica in Progettazione**  
Prova scritta del 31 gennaio 2007  
Proff. Laura Tedeschini Lalli, Paola Magrone.

NOME: \_\_\_\_\_ COGNOME: \_\_\_\_\_

MATRICOLA: \_\_\_\_\_

*ATTENZIONE: leggere i 4 problemi proposti. Sceglierne SOLO DUE e svilupparli. Informazioni parziali su più di 2 problemi rimangono un quadro generale di informazioni parziali, e quindi non aumentano la valutazione!*

Utilizzate il retro dei fogli per i conti. Non usare altri fogli e riportare le risposte negli spazi.

1. Sulla sfera di raggio  $R = 3$  è disegnata una circonferenza di centro il polo Nord e di raggio curvilineo  $\rho = \frac{3}{10}\pi$ .

(i) fare uno schizzo della situazione (attenzione: questo prevede anche di capire, almeno approssimativamente, a che altezza sta questa circonferenza);

(ii) calcolare la lunghezza della circonferenza;

(iii) un'altra circonferenza, uguale (di raggio  $\rho = \frac{3}{10}\pi$ ), è disegnata con uno ed un solo punto in comune con la prima;

- fare uno schizzo della situazione (anche due, se vi aiuta);

- calcolare la distanza, sulla sfera, dei centri delle due circonferenze;

(iv) una terza circonferenza, sempre uguale, é disegnata tangente ad entrambe le precedenti.

- fare uno schizzo della situazione;

-considerare la figura che ha per vertici i tre punti di tangenza: disegnare il triangolo che li unisce. Perché il triangolo non coincide con la figura dello schizzo?

(v) considerare il triangolo che ha per vertici i centri di queste circonferenze. Descriverne tutto il possibile:

- schizzo, piú d'uno;

- tipo di triangolo;

- area del triangolo (ad esempio a partire dall'angolo formato nel polo Nord. Ci dovete pensare, non é immediato!!)

**2.** Due punti  $P_1(9, 9)$ ,  $P_2(2, 4)$  sono sul toro  $T [0, 10] \times [0, 10]$ .

(i) calcolare la loro distanza sul toro;

(ii) tracciare il segmento che misura questa distanza sul dominio fondamentale;

(iii) scrivere l'equazione di una retta sulla superficie del toro, che passa per  $P_1$  e  $P_2$ .

(iv) Questa retta é periodica, cioè si chiude. Dimostrarlo. Disegnarla interamente.

(v) Disegnare una retta, diversa dalla precedente, che passa per gli stessi  $P_1$  e  $P_2$ . Scrivere l'equazione.

(vi) Il toro é un insieme limitato  
Dato il punto  $P_0(5, 5)$  trovare i punti a distanza massima da esso e capirne il luogo geometrico, anche sul toro immerso in  $\mathbf{R}^3$  ("ciambella").

**3.** Un ottaedro ha lato 1. Farne uno schizzo.

(i) Calcolare il raggio della sfera circoscritta.

(ii) Disegnare il cubo (duale del precedente) circoscritto.

- calcolare il lato di questo cubo;

(iii) considerare due vertici di una stessa faccia dell'ottaedro. Fare uno schizzo.

- Calcolare la loro distanza: sull'ottaedro, sulla sfera circoscritta, sul cubo, in  $\mathbf{R}^3$ .

4. Osservare il motivo rappresentato nell'ultima pagina, studiare il gruppo di isometrie del piano che lo lascia invariato

(i) evidenziare una regione minima che genera tutto il motivo attraverso successivi movimenti rigidi;

(ii) indicare eventuali assi di riflessione e glissoriflessione;

(iii) scrivere gli elementi e i generatori del gruppo.