

Analisi I - CdL in Ottica e Optometria  
Prova scritta del 19 febbraio 2007

Cognome e nome \_\_\_\_\_

Nickname \_\_\_\_\_

Usare e consegnare solo i fogli bianchi per la bella, non si possono consultare testi o appunti, né usare calcolatrici di alcun genere. Usare i fogli a quadretti per la brutta (da NON consegnare).

**Esercizio 1.**(2 punti per domanda)

1a. Dato il punto di coordinate cartesiane  $P(x, y) = (2, 0)$  scriverne le sue coordinate polari  $P(\rho, \theta)$ .

1b. Dato il numero complesso  $z = e^{i2\pi}$  scriverne la forma cartesiana  $z = x + iy$ .

1c. Dato il vettore  $\underline{v} = (0, 5)$  scrivere le coordinate di un vettore ortogonale a  $\underline{v}$  e di un vettore parallelo a  $\underline{v}$ .

1d. Data la parabola di equazione  $f(x) = x^2 - 2x + 1$ , scrivere le coordinate  $(x, y)$  dei punti di intersezione della parabola con l'asse  $x$  e la coordinata del punto di intersezione con l'asse  $y$ .

1e. Calcolare la derivata di  $\arctan x$ .

1f. Dire quali tra queste funzioni passa per il punto  $(0, 1)$

$$f_1(x) = x; \quad f_2(x) = 1 + x^2$$

**Esercizio 2.**(3 + 4 punti)

Calcolare il seguente limite usando il Teorema di De l'Hopital e poi calcolarlo anche usando la formula di Taylor (é possibile consultare gli sviluppi su un testo):

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^x - \sin x}{3x^2}$$

**Esercizio 3.**(9 punti)

Data la funzione:

$$f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - 1}$$

trovare: l'insieme di esistenza, limiti a  $\pm\infty$  se ha senso farli, limiti nei punti di frontiera dell'insieme di esistenza, derivata prima, studio del segno della derivata prima, eventuali punti di massimo e minimo relativo. Calcolare anche il VALORE della funzione nei punti di massimo e minimo. Tracciare una grafico qualitativo. Eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui. Calcolare l'equazione della retta tangente al grafico nel punto  $x = 0$ .

**Esercizio 4.**(4 + 2 punti)

Calcolare il seguente integrale

$$\int \frac{2 \sin x \cos x}{\cos^2 x} dx.$$

Data la funzione  $f(x) = \sin x$  calcolare l'integrale definito di  $f(x)$  tra 0 e  $2\pi$ .