

Analisi I - CdL in Ottica e Optometria
Prova scritta del 18 giugno 2007

Cognome e nome _____

Nickname _____

Usare e consegnare solo i fogli bianchi per la bella, non si possono consultare testi o appunti, né usare calcolatrici di alcun genere. Usare i fogli a quadretti per la brutta (da NON consegnare).

Esercizio 1.(2 punti per domanda)

1a. Dato il punto di coordinate cartesiane $P(x, y) = (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ scriverne le sue coordinate polari $P(\rho, \theta)$.

1b. Dato il numero complesso $z = 4e^{3i\pi}$ scriverne la forma cartesiana $z = x + iy$.

1c. Dato il vettore $\underline{v} = (1, -1)$ scrivere le coordinate di un vettore ortogonale a \underline{v} e di un vettore parallelo a \underline{v} .

1d. Calcolare una primitiva di $\cos x$

1e. Data la funzione $f(x) = x^2 + 8x + 16$ trovare le coordinate delle intersezioni di $f(x)$ con gli assi cartesiani.

1f. Dire quali tra queste funzioni passa per l'origine degli assi cartesiani:

$$f_1(x) = x^2 + 1; \quad f_2(x) = \arctan x, \quad f_3(x) = \cos x$$

Esercizio 2.(3 + 4 punti)

Calcolare il seguente limite usando il Teorema di De l'Hopital e poi calcolarlo anche usando la formula di Taylor

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - 2e^x + 2x + x^5}{\frac{1}{2}x^2}$$

Esercizio 3.(9 punti)

Data la funzione:

$$f(x) = \frac{1}{x} + 2x + 1$$

trovare: l'insieme di esistenza, limiti a $\pm\infty$ se ha senso farli, limiti nei punti di frontiera dell'insieme di esistenza, derivata prima, studio del segno della derivata prima, eventuali punti di massimo e minimo relativo. Calcolare anche il VALORE della funzione nei punti di massimo e minimo. Tracciare una grafico qualitativo. Eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui. Calcolare l'equazione della retta tangente al grafico nel punto $x = 2$.

Esercizio 4.(4 + 2 punti)

Calcolare il seguente integrale

$$\int \frac{1}{1 + 8x^2} dx.$$

Data la funzione $f(x) = 2x^3 - 1$ calcolare l'integrale definito di $f(x)$ tra 0 e 2π .