

Analisi I - CdL in Ottica e Optometria
PROVA DI AUTOVALUTAZIONE (TRE ORE DI TEMPO)

Esercizio 1.(2 punti per domanda)

1a. Dato il punto di coordinate cartesiane $P(x, y) = (7, -8)$ scriverne le sue coordinate polari.

1b. Dato il numero complesso $z = 4e^{i\frac{\pi}{4}}$ scriverne la forma cartesiana $z = x + iy$.

1c. Dato il vettore $\underline{v} = (\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$ scrivere le coordinate di due vettori paralleli a \underline{v} .

1d. Data la parabola di equazione $f(x) = 3x^2 - 6x + 1$, scrivere le coordinate (x, y) del vertice (ovvero le coordinate del minimo!!) usando la derivata di $f(x)$.

1e. Calcolare una primitiva di $\frac{1}{x}$.

1f. Dire quali tra queste funzioni sono continue in $x = 1$:

$$f_1(x) = \frac{1}{x-1}; \quad f_2(x) = \frac{1}{(x-1)^2}; \quad f_3(x) = \ln(x+1)$$

Esercizio 2.(3 + 4 punti)

Calcolare il seguente limite usando il Teorema di De l'Hopital e poi calcolarlo anche usando la formula di Taylor (é possibile consultare gli sviluppi su un testo):

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos x}{2x}$$

Esercizio 3.(9 punti)

Data la funzione:

$$f(x) = \frac{2}{x+1}e^x$$

trovare: l'insieme di esistenza, limiti a $\pm\infty$ se ha senso farli, limiti nei punti di frontiera dell'insieme di esistenza, derivata prima, studio del segno della derivata prima, eventuali punti di massimo e minimo relativo. Calcolare anche il VALORE della funzione nei punti di massimo e minimo. Eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui. Calcolare l'equazione della retta tangente al grafico nel punto $x = 2$.

Esercizio 4.(3 + 4 punti)

Calcolare il seguente integrale

$$\int \sin x \cos x dx.$$

Data la parabola di equazione $f(x) = -x^2 + 4x - 3$ calcolare l'integrale definito di $f(x)$ tra 1 e 3. Fare un disegno approssimativo dell'area calcolata.