

Facoltà di Architettura
Istituzioni di Matematiche 2
Terzo appello del 31/01/2007
Proff. Francesca R. Nardi, L.Tedeschini Lalli, I.Fabbri

NOME: _____

COGNOME: _____

MATRICOLA: _____

Svolgere i seguenti esercizi, utilizzando il retro dei fogli per i conti. Non usare altri fogli, riportate per favore, le risposte negli spazi sotto le domande.

1. Data la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & -4 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, determinare la matrice inversa e risolvere

(i) $AX = B_1$ dove $B_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

(ii) $AX = B_2$ dove $B_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

2. Date le rette di equazione:

$$r_1 \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 1 + t \end{cases}, \quad r_2 \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 3 + t \\ z = -t \end{cases}, \quad r_3 \begin{cases} x = t \\ y = 3 - t \\ z = 3 - 2t \end{cases},$$

(i) Determinare quali rette sono parallele e motivare la risposta.

(ii) Determinare quali rette sono sghembe e motivare la risposta.

(iii) Determinare quali rette sono incidenti e motivare la risposta.

(iv) Determinare il piano perpendicolare ad r_2 passante per il punto $P_1 = (1, 1, 1)$.

3. Data la funzione $f(x, y) = (x^2 + xy)e^x$

(i) Determinare il piano tangente al grafico di $f(x, y)$ in $(x_0, y_0, f(x_0, y_0))$ dove $(x_0, y_0) = (0, 1)$.

(ii) Determinare la derivata direzionale f_u di $f(x, y)$ nel punto (x_0, y_0) , in direzione $\underline{u} = (\frac{1}{2}, 1)$.

(iii) Data la funzione $g(x, y) = -x^2 + 3xy - 2y^3$, stabilire quanti e quali sono i punti critici della funzione.

(iv) Studiare l'hessiano di $g(x, y)$ nei punti critici.

4. Studiare la curva \mathcal{R} di equazioni parametriche:

$$\mathcal{R} \begin{cases} x = t \\ y = 2t^2 \\ z = t - 1 \end{cases} \quad t \in (-\infty, \infty)$$

i) Calcolare il vettore tangente ed il versore tangente in un punto generico.

ii) Calcolare il vettore normale ed il versore normale.

iii) Calcolare il versore binormale.

iv) La curva è piana? Perché?

v) Tracciare uno schizzo della curva nello spazio (x, y, z) .

5. Un padiglione ha una base sul piano (x, y) compresa tra le curve $y = 3x^2$ ed $y = x^2 + 2$ e un tetto di equazione $z = 2y + 1$. Calcolarne il volume:

i) Descrivere la base del padiglione come dominio verticalmente semplice (cioè normale rispetto all'asse x).

ii) Disegnare il dominio.

iii) Impostare come integrale doppio il volume del padiglione.

iv) Calcolarlo.

v) Fare uno schizzo del padiglione.