

Facoltà di Architettura
Istituzioni di Matematiche 2
Prova scritta del 9 settembre 2005
Proff. Laura Tedeschini Lalli, Francesca Nardi, Paola Magrone.

NOME: _____

COGNOME: _____

MATRICOLA: _____

Svolgere i seguenti esercizi, utilizzando il retro dei fogli per i conti. Non usare altri fogli. Riportare le risposte negli spazi.

1. Date le rette di equazione:

$$r \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = 6t \end{cases}, \quad s \begin{cases} x = -at \\ y = 1 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases},$$

(i) Determinare per quale valore del coefficiente a le due rette sono parallele;

(ii) determinare l'insieme dei valori del coefficiente a per cui le due rette sono sghembe;

(iii) determinare l'insieme dei valori del coefficiente a per cui le due rette sono incidenti.

2. Data la funzione $z = \cos(3x^2 + y^2)$

(i) scrivere $\nabla f(x, y)$,

(ii) trovare i punti in cui il gradiente si annulla,

(iii) scrivere l'equazione del piano tangente nel punto $P_0 \left(\frac{1}{3}\sqrt{\pi}, \sqrt{2\pi} \right)$

(iv) scrivere la derivata direzionale $f_{\underline{u}}$ in direzione $\underline{u} = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ nel generico punto (x, y) .

3. Data la curva $\begin{cases} x = t - 2 \sin t \\ y = 1 - 2 \cos t \end{cases}$,

(i) Calcolare i valori di x e y per $t = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3}{2}\pi, 2\pi, \frac{5}{2}\pi, 3\pi, \frac{7}{2}\pi, 4\pi$,

(ii) disegnare la curva;

(iii) calcolare la retta tangente nel punto $t = 0$.

4. Trovare il volume del solido che ha come base, nel piano (x, y) , la regione tra l'asse delle ascisse e la parabola $y = 1 - x^2$, e come tetto la superficie $z = 1 - x^2 - y^2$.

5. SOLO PER TRIENNALISTI (N.O.)

Una superficie quadrica ha intersezione col piano (x, y) la circonferenza unitaria di centro l'origine, e col piano (y, z) l'iperbole di equazione $y^2 - \frac{z^2}{4} = 1$.

a) disegnare le sezioni nel piano (x, y) e nel piano (y, z)

b) scrivere l'equazione della superficie.

c) tracciare uno schizzo della superficie.