

Corso di laurea in Matematica - Anno accademico 2007/2008  
**CP1 - Calcolo delle probabilità**

Docente: Fabio Martinelli

Tutori: Giovanna Catavitello e Daniele Piras

Tutorato 6 del 29 Aprile 2008

ESERCIZIO 1 Sia  $\mathcal{U} \sim U(0, 1)$  verificare che la sua funzione di distribuzione è

$$F_{\mathcal{U}}(u) = \begin{cases} 0 & u < 0 \\ u & 0 \leq u \leq 1 \\ 1 & u > 1 \end{cases}$$

e che la densità di  $\mathcal{U}$  si ottiene derivando la sua funzione di distribuzione, ovvero che

$$\frac{d}{du} F_{\mathcal{U}}(u) = f_{\mathcal{U}}(u)$$

Come possiamo generalizzare questo fatto ad una variabile casuale  $X \sim U(\alpha, \beta)$ ?

ESERCIZIO 2 Per essere vincitori del gioco che segue, si devono vincere tre partite consecutive. Il gioco dipende dal valore di  $\mathcal{U}$ , una variabile aleatoria uniforme sull'intervallo  $(\frac{1}{2}, \frac{7}{2})$ . Se  $\mathcal{U} > 0,6$ , allora vincete la prima partita; se  $\mathcal{U} > 1,2$  vincete la seconda partita e se  $\mathcal{U} > 2$  vincete la terza.

- i) Determinare la probabilità di vincere la prima partita.
- ii) Determinare la probabilità di vincere la seconda partita sapendo di aver vinto la seconda.
- iii) Determinare la probabilità di vincere la terza partita sapendo di aver vinto le prime due.
- iv) Determinare la probabilità di essere il vincitore del gioco.

ESERCIZIO 3 La macchinetta qui fuori può essere regolata per riempire in media i bicchieri con 7 once di caffè. Se la quantità di caffè dispensato per ogni bicchiere si distribuisce normalmente con deviazione standard pari a 0,3 once.

- i) quale percentuale di bicchieri conterrà più di 7,1 once?
- ii) se i bicchieri contengono esattamente 8 once, qual è la probabilità che un bicchiere sarà riempito a tal punto che il caffè fuoriuscirà?
- iii) quale dovrebbe essere la capacità dei bicchieri affinché il caffè fuoriesca solo nell'1% dei casi?

ESERCIZIO 4 L'altezza dei 500 iscritti ad un college può essere descritto con una variabile casuale avente distribuzione normale con media  $\mu = 170\text{cm}$ . Sapendo che 125 studenti sono alti più di 180cm, si determini la deviazione standard  $\sigma$  della normale.

ESERCIZIO 5 Una persona dichiara di essere in grado di indovinare il seme di una carta da gioco estratta da un mazzo di 40. Viene messo alla prova 60 volte. Qual è la probabilità che risponda esattamente più di 24 volte?

ESERCIZIO 6 Trovare la probabilità che la percentuale di volte in cui si ottiene testa lanciando una moneta equa sia tra 45% e 55% se il numero di lanci è

*i)* 50

*ii)* 100

*iii)* 1000

A priori ci aspettiamo che la probabilità aumenti o diminuisca al crescere dei lanci?

ESERCIZIO 7 Una moneta equa viene lanciata  $10^4$  volte. Sia  $N = \#$  di volte che esce testa. Stimare

$$\mathbb{P}\left(\left|N - \frac{10^4}{2}\right| \geq 0,01\right)$$

Con la disuguaglianza di Chebyshev e con l'approssimazione normale. A priori qual ci aspettiamo sia la stima più accurata?

ESERCIZIO 8 Un test a risposta multipla è composto da 200 domande, ognuna delle quali ha 4 possibili risposte, di cui solo una è corretta. Qual è la probabilità che uno studente dia tra 25 a 30 risposte esatte a 80 delle 200 domande di cui non conosce la risposta?

ESERCIZIO 9 La ruota della roulette ha 38 spazi numerati 0, 00 e da 1 a 36. Scommettendo 1 euro su un numero specifico si vincono 35 euro se la pallina della roulette si ferma sul numero scelto, altrimenti si perde l'euro scommesso. Effettuando scommesse consecutive, approssimare la probabilità

*i)* di vincere dopo 34 scommesse

*ii)* di vincere dopo 1000 scommesse

*iii)* di vincere dopo 100000 scommesse

A priori ci aspettiamo che questa probabilità aumenti o diminuisca col crescere del numero delle partite?