

## Corso di laurea in Matematica – Anno accademico 2006/2007

### CP1 – Calcolo delle probabilità 1

Tutorato IV – Michele Salvi ([micmat85@hotmail.com](mailto:micmat85@hotmail.com)) – 23/03/'07

**EX1.** Supponiamo che la variabile aleatoria discreta  $X$  prenda valori nell'insieme  $\{-1, 0, 1\}$  con probabilità:  $P(X=-1)=p$ ,  $P(X=0)=q$ ,  $P(X=1)=r$ , con  $p+q+r=1$ .

Definita  $Y = X^n$ , quanto vale la media di  $Y$ ?

**EX2.** In una moneta tarata la probabilità che esca testa è  $p$ . Supponendo che i lanci siano indipendenti, calcolare le probabilità dei seguenti eventi:

$A = \{\text{escono 5 teste nei primi 9 lanci}\}$ ,  $B = \{\text{dopo 7 lanci esce testa}\}$ ,

$C = \{\text{la } V \text{ testa esce al } XII \text{ lancio}\}$ ,  $D = \{\text{nei primi 8 lanci tante teste quante nei seguenti 5}\}$ .

**EX3.** (*residuo dello scorso tutorato...*) Un calcolatore è collegato ad una rete che permette l'accesso ad un massimo di 19 persone. Collegati a questa rete vi sono i terminali di 24 operatori, ognuno dei quali, ad un dato istante, richiede con probabilità  $p=0.6$  di essere connesso al calcolatore centrale. Qual è la probabilità che ad un dato istante la rete sia satura (cioè 20 o più accessi siano utilizzati)?  
[ $p=0.0135$ ]

**EX4.** (*ancora residuo dello scorso tutorato...*) Il computer di una stazione radar registra l'arrivo di un segnale aleatorio usando come unità di misura il secondo. Ad ogni secondo, indipendentemente da quanto successo nel passato, il segnale arriva con probabilità  $p$  o non arriva con probabilità  $1-p$ . Si supponga, inoltre, che ad ogni secondo si registri l'arrivo di uno ed un solo segnale.

a) Qual è la probabilità che il primo segnale arrivi ad un istante di tempo dispari?

$$[P=1/(2-p)]$$

b) Indicando con  $T_k$  il tempo di attesa del  $k$ -esimo segnale, qual è la distribuzione di  $T_k$ ?

c) Calcolare la probabilità che il primo segnale arrivi al secondo  $i$ , se il secondo segnale arriva al secondo  $j$  ( $j > i$ ).

In media quando arriva il  $k$ -esimo segnale?

**EX5.** Cagliostro gioca una serie di partite e ha probabilità pari a  $p$  di vincerne ognuna. Ha programmato di giocare 5, ma se vince la quinta continua a giocare fino alla prima sconfitta. Si trovi il numero atteso di partite che giocherà e quello delle partite che perderà.

**EX6.** Estraete una pallina alla volta senza reinserimento da un'urna che contiene  $B$  palline bianche e  $N$  nere. Si trovi la probabilità che  $n$  palline bianche vengano estratte prima che  $m$  palline nere siano estratte, dove  $b \leq B$ ,  $n \leq N$ .