



Corso di laurea in Matematica – Anno accademico 2006/2007

## CP1 – Calcolo delle probabilità 1

Tutorato XI – Michele Salvi ([micmat85@hotmail.com](mailto:micmat85@hotmail.com)) – 25/05/'07

E' in fase d'avvio il sito non ufficiale della facoltà: <http://matematica3.altervista.org/index.html> !!!

**EX1.** Siano  $X, Y, Z$  variabili aleatorie geometriche di parametro  $p$  indipendenti.

- (i) Calcolare la distribuzione e l'aspettazione di  $X$  condizionata a  $X+Y$ .
- (ii) Calcolare la distribuzione e l'aspettazione di  $Z$  condizionata a  $X+Y$

**EX2.** Sia  $S_n$  una variabile aleatoria che indica il numero di successi su  $n$  prove dove ogni successo avviene con probabilità  $p$ . Calcolare  $E[S_m | S_n = k] \quad \forall m \leq n$ .

(Sugg.: scriversi  $S_m$  come somma di funzioni indicatrici di certi eventi...)

**EX3.** Supponiamo di sapere che in una famiglia il numero medio di figli sia un certo  $\mu$  e che se i figli sono  $n$ , per  $n \geq 1$ , allora ciascun figlio può essere maschio con probabilità  $p$ . Se  $M$  è la variabile aleatoria che conta il numero di maschi, si dimostri che  $E[M] = \mu p$ .

**EX4.** Siano  $X_i, \forall i \leq 20$   $E[e^{sX+tY} | \mu]$  variabili aleatorie di Poisson indipendenti di media 1.

- (i) Si usi la disuguaglianza di Markov per ottenere un limite alla probabilità  $P(\sum_{i=1}^{20} X_i > 15)$
- (ii) Si usi il teorema del limite centrale per approssimare  $P(\sum_{i=1}^{20} X_i > 15)$

**EX5.** In una roulette con numeri rossi, blu e grigi, sia  $r$  la percentuale di numeri rossi,  $b$  di quelli blu (quindi  $r + b < 1$ , i grigi rappresentano lo 0 gli zeri a secondo della struttura della roulette). Siano  $N_r, N_b$  variabili che contano su  $n$  giri rispettivamente il numero di rossi e blu che sono usciti. Calcolare il coefficiente di correlazione  $\rho(N_r, N_b)$ .