

1. Sia  $X$  una variabile aleatoria con media  $\mathbb{E}[X] = \mu$ . Calcolare

$$\inf_{a \in \mathbb{R}} \mathbb{E}[(X - a)^2].$$

2. Determinare la costante  $C$  (se esiste), affinché le seguenti funzioni siano densità di probabilità.

- $f_1(x) = x(C - x^2)\mathbb{1}_{x \in [0,2]}$
- $f_2(x) = C\mathbb{1}_{x \in [a,b]}$  con  $a < b$ .
- $f_3(x) = C \sin x \mathbb{1}_{x \in [-\pi, \pi]}$ .

3. La densità della variabile  $X$  è data da  $f_X(x) = a + bx^2$  se  $0 \leq x \leq 1$ , altrimenti è nulla. Se  $\mathbb{E}[X] = 3/5$ , determinare le costanti  $a, b$ .

4. Sia  $Y \sim U(0, 5)$ , determinare la probabilità che siano reali le radici dell'equazione

$$4x^2 + 4x + Y + 2 = 0.$$

*Sono stati inoltre svolti gli esercizi 1,4, e 5 del Cap. 5 del libro.*