

1. Sia X una variabile aleatoria con media $\mathbb{E}[X] = \mu$. Calcolare

$$\inf_{a \in \mathbb{R}} \mathbb{E}[(X - a)^2].$$

2. Determinare la costante C (se esiste), affinché le seguenti funzioni siano densità di probabilità.

- $f_1(x) = x(C - x^2)\mathbb{1}_{x \in [0,2]}$
- $f_2(x) = C\mathbb{1}_{x \in [a,b]}$ con $a < b$.
- $f_3(x) = C \sin x \mathbb{1}_{x \in [-\pi, \pi]}$.

3. La densità della variabile X è data da $f_X(x) = a + bx^2$ se $0 \leq x \leq 1$, altrimenti è nulla. Se $\mathbb{E}[X] = 3/5$, determinare le costanti a, b .

4. Sia $Y \sim U(0, 5)$, determinare la probabilità che siano reali le radici dell'equazione

$$4x^2 + 4x + Y + 2 = 0.$$

Sono stati inoltre svolti gli esercizi 1,4, e 5 del Cap. 5 del libro.