CP110 - Esercitazione

Roma, 29 aprile 2014.
A Cura di Daniele Piras
piras@mat.uniroma3.it

1. Sia X una variabile aleatoria con densità $f_X(x) = \frac{2}{\theta} x e^{-x^2/\theta}$.
- Calcolare media e varianza di X.
- Calcolare la densità di $Z = X^2$.
- Calcolare la densità di $W = e^{-X^2/\theta}$.

2. Il punto A è scelto uniformemente sull'intersezione della circonferenza di raggio 1 ed il primo quadrante. Calcolare la densità dell'ascissa di A.

3. Siano U_1 e U_2 i.i.d. uniformi in $(0, 1)$. Determinare la densità di

$$X = \min(U_1, U_2) \qquad Y = \max(U_1, U_2).$$

Determinare inoltre densità e media della variabile $W = 1/Y^2$.

4. Lancio 2 dadi. Sia X il numero di lanci necessari per ottenere 1 col primo dado. Sia Y il numero di lanci necessari ad ottenere 5 o 6 col secondo dado. Determinare la densità di $Z = \max(X, Y)$. Determinare inoltre $\mathbb{P}(X \geq Y)$.

5. Siano X e Y variabili aleatorie indipendenti. Mostrare che $\mathbb{E}[XY] = \mathbb{E}[X]\,\mathbb{E}[Y]$. Mostrare che il viceversa non è vero.

6. Lancio 2 dadi. Calcolare
- il valore atteso del massimo tra le due facce.
- il valore atteso del minimo tra le due facce.
- il valore atteso della somma del massimo e del minimo.

7. La densità congiunta di X e Y è data da

$$f(x, y) = Cxy(1 - x) \qquad 0 < x < 1\,,\; 0 < y < 1.$$

- Determinare C.
- Determinare le marginali di X e Y.
- Calcolare $\mathbb{E}[X]$ e $\mathrm{Var}(Y)$.