

Roma, 14 maggio 2014.
A Cura di Daniele Piras
piras@mat.uniroma3.it

1. Dimostrare usando le funzioni generatrici dei momenti, che la somma di n esponenziali indipendenti di parametro 1 si distribuisce come una $\Gamma(n, 1)$.
2. Calcolare la covarianza tra il numero di 1 e il numero di 2 in n lanci di un dado equo.
3. Un punto X è scelto uniformemente nel quadrato $[-3, 3] \times [-3, 3]$. Calcolare $\mathbb{E}[\|X\|_1]$.
4. Si girano le carte di un mazzo francese ben mescolato una alla volta. Se la prima carta è un asso, oppure la seconda un due, ..., oppure la tredicesima un re, diciamo che c'è un accoppiamento. Calcolare il numero atteso di accoppiamenti.
5. X, Y variabili aleatorie Bernoulli di parametro $1/2$ indipendenti. Definiamo $U = X + Y$ e $V = |X - Y|$. Sono indipendenti U e V ?
6. Siano $a, b > 0$. Definiamo $A \sim Unif(0, a)$ e $B \sim Unif(-b, 0)$. Trovare la densità di $X = A + B$.
7. X_1, X_2, X_3, X_4 variabili aleatorie indipendenti distribuite come una Normale standard. Calcolare

$$\mathbb{P}(4X_1 + 3X_2 < X_3 + X_4).$$