

1. Da un'urna contenente 16 palline bianche e 4 nere ne vengono scelte 3 a caso. Calcolare il valore atteso del numero di palline nere pescate.
2. Sia X_n la differenza tra il numero di teste e il numero di croci ottenute in n lanci di una moneta con $\mathbb{P}(\text{Testa}) = p \in (0, 1)$. Descrivere la distribuzione di X_n .
3. Il numero di volte che una persona prende l'influenza in un anno ha distribuzione Poissoniana di parametro $\lambda = 5$. Supponiamo che un nuovo tipo di medicina faccia scendere la media annua a 3 per il 75% della popolazione. Uso la medicina per un anno, contraendo l'influenza 2 volte. Qual è la probabilità che la medicina abbia funzionato?
4. Un'urna contiene 112 dadi a 6 facce di cui 56 equi e 56 truccati. Nei dadi truccati la faccia 1 esce con probabilità $1/2$ e le altre facce con probabilità $1/10$. Si estrae a caso un dado, sia X la variabile aleatoria che indica il risultato del lancio, calcolare $\mathbb{P}(X = 3)$, $\mathbb{P}(X = 1)$, e $\mathbb{P}(X = 5)$. Se il dado estratto viene lanciato 2 volte, calcolare la probabilità che il dado sia truccato, sapendo che $X_1 = 2$ e $X_2 = 3$.
5. Si consideri la seguente equazione,

$$x^2 - 2x + A = 0,$$

dove A è una variabile aleatoria con distribuzione

$$\mathbb{P}\left(A = \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \quad \mathbb{P}\left(A = \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3} \quad \mathbb{P}\left(A = \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{6}.$$

Siano $X_1 < X_2$ le due soluzioni all'equazione (reali e distinte per ogni valore di A). Calcolare

- $\mathbb{E}[X_2 - X_1]$.
 - $\text{Var}(X_2 - X_1)$.
6. Una compagnia aerea ha due voli in partenza. Sul volo 1 ci sono 20 posti, ma vengono accettate 22 prenotazioni; sul volo 2 ci sono 10 posti con 11 prenotazioni accettate. Ogni passeggero che ha prenotato rinuncerà con probabilità $1/10$. Su quale volo è più rischioso rimanere a terra?
 7. Lancio 2 dadi. Pongo $X = \#\{\text{Lanci per ottenere 1 col primo dado}\}$, $Y = \#\{\text{Lanci per ottenere 5 o 6 col secondo dado}\}$. Calcolare
 - $\mathbb{P}(X = k)$.
 - $\mathbb{P}(Y = k)$.
 - Sia $Z = \max(X, Y)$, allora $\mathbb{P}(Z = k)$.
 - Sia $\mathbb{P}(X \geq Y)$.