Università degli Studi di Roma Tre
Corso di Laurea in Matematica – a.a. 2013/2014
CP110 - Tutorato 3
Mario Tani e Daniele Tallarida

(1) Una moneta viene lanciata 3 volte. Calcolare la probabilità che tutti e tre i lanci siano testa sapendo che:
  (a) il primo è testa
  (b) i primi due sono testa
  (c) due su tre sono testa

(2) Un'urna contiene una palla nera, una bianca e una rossa. Viene estratta a caso una palla: se essa è nera allora viene reinserita, se è rossa viene scartata, se è bianca viene reinserita insieme ad un'altra bianca.
Qual è la probabilità di pescare una palla rossa alla seconda estrazione?

(3) Il 98% dei neonati sopravvive al parto. Tuttavia il 15% dei parti sono cesarei, e quando si realizza un parto cesareo il neonato sopravvive nel 96% dei casi. Qual è la probabilità che il neonato di una donna scelta a caso tra quelle che non fanno un parto cesareo sopravviva al parto?

(4) Si lanciano tre dadi: uno rosso, uno giallo e uno blu. Indicando, rispettivamente, con B, G, R il numero che appare sul dado blu, giallo e rosso, calcolare la probabilità $\mathbb{P}(B < G < R)$.
Suggerimento: Calcolare la probabilità che non vi siano due dadi con lo stesso numero

(5) Si considerano due scatole, una contenente un sasso nero e un sasso bianco, l'altra contenente 2 sassi neri e un sasso bianco. Si sceglie a caso una scatola, e si prende un sasso a caso dalla scatola. Qual è la probabilità che il sasso sia nero? Qual è la probabilità che sia stata scelta la prima scatola, sapendo che il sasso è bianco?

(6) Si hanno 10 monete, la probabilità che l'i^{esima} dia testa è $\frac{i}{10}$; si sceglie a caso una moneta e la si lancia: sapendo che è uscita testa, calcolare la probabilità che la moneta fosse l'i^{esima}.

(7) Se A e B lanciano rispettivamente, $n+1$ e n monete non truccate, mostrare che la probabilità che A abbia più teste di B è $\frac{1}{2}$.
Suggerimento: Condizionare su quale giocatore ha più teste dopo che ciascuno ha lanciato n monete. Quante possibilità ci sono?

(8) Due giocatori A e B, lanciano a turno una moneta equa, il primo che colleziona una testa vince. Calcolare la probabilità che a vincere sia A, se è lui ad iniziare i lanci.

(9) Sia S = {1,2,...,n} e si supponga che A e B siano, indipendentemente, due a caso dei 2^n sottoinsiemi di S (incluso l'insieme vuoto e se stesso).
  (a) Provare che: $\mathbb{P}(A \subset B) = (\frac{3}{4})^n$
  Suggerimento: Sia N(B) il numero di elementi di B. Usare la formula:
$$\mathbb{P}(A \subset B) = \sum_{i=0}^{n} \mathbb{P}(A \subset B | N(B) = i) \cdot \mathbb{P}(N(B) = i)$$
  (b) Mostrare che $\mathbb{P}(A \cap B = \emptyset) = (\frac{3}{4})^n$

(10) Si effettuano dei lanci indipendenti di una moneta che dà testa con probabilità p. Qual è la probabilità che i primi quattro esiti siano
  (a) T,T,T,T;
  (b) C,T,T,T ?
  (c) Qual è la probabilità che la sequenza C,T,T,T si realizzi prima di T,T,T,T?