Università degli Studi di Roma Tre
Corso di Laurea in Matematica – a.a. 2013/2014
CP110 - Tutorato 2
Mario Tani e Daniele Tallarida

(1) Una scatola contiene 3 biglie, 1 rossa, 1 verde ed 1 blu. Consideriamo l'esperimento che consiste nell'estrarre una biglia dalla scatola, reinserirla e quindi estrarre una seconda biglia. Si descriva lo spazio campionario. Si ripeta l'esercizio anche nel caso in cui la prima biglia estratta non venga reinserita. Siano gli eventi:
- $A =${E' stata estratta almeno una biglia rossa}
- $B =${Sono state estratte 2 biglie verdi}
- $C =${Non sono state estratte biglie blu}

Calcolare la probabilità degli eventi $A, B, C, AB, AC^c, A \cup C$ in entrambi gli esperimenti.

(2) In un club ci sono 36 soci che praticano il tennis, 28 il golf, 18 il nuoto, 22 sia tennis che golf, 12 sia tennis che nuoto, 9 sia nuoto che golf, 4 che praticano tutti e tre gli sport. Quanti soci praticano almeno uno sport?

(3) In un esperimento si lanciano due dadi equilibrati. Qual è la probabilità che:
- esca almeno un sei?
- non compaia un uno?
- i due dadi abbiano lo stesso risultato?
- compaiano un numero pari e un numero dispari?

(4) Determinare la probabilità che un numero casuale di 4 cifre abbia almeno 2 cifre uguali.

(5) Si consideri il seguente gioco: da un mazzo di 40 carte se ne estraggono 3 a caso senza rimpiazzo. Si vincono 2 euro se le tre carte sono dello stesso seme, mentre si vince 1 euro se hanno tutti semi diversi. Determinare la probabilità di:
- vincere 1 euro giocando una volta;
- vincere 2 euro giocando una volta;
- vincere 3 euro giocando quattro volte (ogni volta rimescolando le carte).

(6) In una partita di Bridge il mazzo da 52 carte viene suddiviso tra i 4 giocatori (chiamati N,E,S,O) distribuendo 13 carte a ciascun giocatore. Determinare la probabilità degli eventi:
(a) N riceve 3 assi;
(b) almeno un giocatore riceve 3 assi;
(c) nessun giocatore riceve 3 assi.

(7) Sia Ω uno spazio campionario di cardinalità al più numerabile e supponiamo che $\mathbb{P} \colon \mathcal{P}(\Omega) \to [0, 1]$ abbia le seguenti proprietà:
(a) $\mathbb{P}(\Omega) = 1$;
(b) $\forall E, F \subseteq \Omega, E \cap F = \emptyset$ si ha che $\mathbb{P}(E \cup F) = \mathbb{P}(E) + \mathbb{P}(F)$.
Dimostrare che $\mathbb{P}(\emptyset) = 0$.

(8) Siano $A, B \subseteq \Omega$ eventi tali che $\mathbb{P}(A) > 0, \mathbb{P}(B) > 0$. Dimostrare o confutare le seguenti affermazioni:
(a) Se A e B sono disgiunti allora sono indipendenti;
(b) Se A e B sono indipendenti allora sono disgiunti;
(c) se $\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(B) = 0,6$ A e B possono essere disgiunti;
(d) se $\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(B) = 0,6$ A e B possono essere indipendenti.
Dimostrare che se A è indipendente da sè stesso, allora $\mathbb{P}(A) = 1$ e A è indipendente da tutti gli altri eventi.

(9) In una lotteria un giocatore deve scegliere 8 numeri tra l'1 e il 40. La commissione della lotteria estrae 8 numeri tra i 40. Se supponiamo che tutte le possibili combinazioni possano uscire con uguale probabilità, qual è la probabilità che un giocatore abbia:
(a) tutti gli 8 numeri estratti;
(b) 7 dei numeri estratti;
(c) almeno 6 dei numeri estratti?

(10) Distribuiamo una mano di 5 carte da un mazzo di 52 carte precedentemente mescolate. Qual è la probabilità che la mano contenga almeno una carta di ogni seme?