Corso di laurea in Matematica - Anno accademico 2007/2008

CP1 - Calcolo delle probabilità

`Docente: Fabio Martinelli`

`Tutori: Giovanna Catavitello e Daniele Piras`

`Tutorato 3 del 11 Marzo 2008`

<u>Esercizio 1</u> Un tetraedro regolare con le facce numerate da 1 a 4 viene lanciato 3 volte. Sia x_i il risultato del lancio $i-$esimo per $i = 1, 2, 3$ e siano $A_1 = \{x_1 = x_2\}$ e $A_2 = \{x_2 = x_3\}$, $A_3 = \{x_3 = x_1\}$. Stabilire se

i) Gli eventi A_1, A_2 e A_3 sono a due a due indipendenti.

ii) $\{A_1, A_2, A_3\}$ è una famiglia di eventi indipendenti.

<u>Esercizio 2</u> Vengono lanciati due dadi equi a sei facce. Definiamo gli eventi

$$A_j = \{\text{La cifra sulla prima faccia è divisibile per } j\}$$

$$C_k = \{\text{La somma delle cifre sulle due facce è divisibile per } k\}$$

Determinare se i seguenti eventi sono indipendenti:

i) A_4 e C_4

ii) A_2 e C_3

Dai punti precedenti dedurre se A_j e C_k $\forall\, j, k \in \{1, \dots, 6\}$ sono indipendenti.

<u>Esercizio 3</u> In una classe ci sono 4 matricole maschi, 6 matricole femmine e 6 maschi del secondo anno. Se devo sceglire uno studente a caso indipendentemente da sesso ed anno di corso, quante ragazze del secondo anno devono essere presenti?

<u>Esercizio 4</u> Siano A e B due eventi con probabilità positive. Dire se le seguenti affermazioni sono vere, false o possono essere vere

a) Se A e B sono disgiunti, allora sono indipendenti.

b) Se A e B sono indipendenti, allora sono disgiunti.

c) $\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(B) = 0.6$ ed A e B sono disgiunti.

d) $\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(B) = 0.6$ ed A e B sono indipendenti.

<u>Esercizio 5</u> La probabilità che una persona ospite di un ristorante sia soddisfatta del pasto è $p \in (0, 1)$. Si intervistano n persone a caso fuori da un ristorante. Qual è la probabilità che k (con $0 < k < n$) persone siano soddisfatte?

<u>ESERCIZIO 6</u> Un'urna contiene 4 palline bianche e 8 palline rosse. Calcolare la probabilità che estraendo a caso 4 palline dall'urna escano esattamente j palline bianche per $j = 0, 1, 2, 3, 4$ e rappresentare graficamente i risultati.
(Suggerimento: Per la rappresentazione grafica immagina di definire una funzione che a $j \in \{0, 1, ..., 4\}$ associa $\mathbb{P}(E_j)$ se definiamo l'evento $E_j = \{\text{sono uscite } j \text{ palline bianche}\}$)
Ripetere l'esercizio nel caso in cui nell'urna ci siano 4 palline rosse. Come cambia il grafico delle probabilità?

<u>ESERCIZIO 7</u> Sia n il tuo numero preferito compreso fra 1 e 6. Calcolare la probabilità che lanciando un dado equo a sei facce n esca per la prima volta dopo j lanci.
Sia $E_i = \{\text{La cifra } n \text{ esce per la prima volta al lancio } i\text{−esimo } \}$ calcolare

$$\sum_{i \geq 1} \mathbb{P}(E_i)$$

Cosa possiamo dedurre?
(FACOLTATIVO)
Calcolare

$$\sum_{i \geq 1} i\mathbb{P}(E_i)$$