

Corso di laurea in Matematica - Anno accademico 2007/2008

## CP1 - Calcolo delle probabilità

Docente: Fabio Martinelli

Tutori: Giovanna Catavitello e Daniele Piras

Tutorato 1 del 26 Febbraio 2008

ESERCIZIO 1 Una classe composta da  $N$  studenti decide di fare un divertente gioco: per prima cosa ordinano i loro nomi in ordine alfabetico, poi il primo della lista si alza e dà uno schiaffo a tutti coloro che lo seguono nella lista, poi si alza il secondo e fa la stessa cosa, e così fino all'ultimo. Quanti schiaffi volano alla fine del gioco?

ESERCIZIO 2 Una targa è composta da due lettere tre numeri e altre due lettere, ad esempio

***AB 123 CD***

Calcolare:

- a) Tutte le possibili targhe
- b) Tutte le possibili targhe pari
- c) Tutte le possibili targhe che contengono i caratteri " $C, P, 1$ "
- d) Tutte le possibili targhe palindrome

ESERCIZIO 3 Quanti sono i possibili anagrammi (con e senza ripetizioni) della parola "*ABRACADABRA*"

ESERCIZIO 4 Tre uomini e tre donne si devono sedere vicini:

- a) In quanti modi si possono disporre?
- b) In quanti modi si possono disporre se tutti gli uomini e tutte le donne devono stare vicini?
- c) In quanti modi si possono disporre se tutte le donne devono stare vicine?
- d) In quanti modi si possono disporre se devono stare alternati?

ESERCIZIO 5 Un dado equo a sei facce viene tirato due volte. Descrivere lo spazio campionario e calcolare la probabilità dei seguenti eventi:

- a)  $A = \{ \text{Il sei esce esattamente una volta} \}$
- b)  $B = \{ \text{Entrambi i numeri sono pari} \}$
- c)  $C = \{ \text{La somma dei due esiti é 4} \}$
- d)  $D = \{ \text{La somma dei due esiti é divisibile per 3} \}$

ESERCIZIO 6 In un'urna ci sono  $n$  bigliettini numerati da 1 a  $n$ . Calcolare la probabilità di pescare due biglietti con numeri consecutivi nel caso in cui l'estrazione avvenga con rimpiazzo e nel caso in cui avvenga senza rimpiazzo. Descrivere inoltre in entrambi i casi lo spazio campionario.

ESERCIZIO 7 Sia  $\Omega$  uno spazio campionario di cardinalità al più numerabile e supponiamo che  $\mathbb{P} : \mathcal{P}(\Omega) \mapsto [0, 1]$  abbia le seguenti proprietà:

(i)  $\mathbb{P}(\Omega) = 1$

(ii)  $\forall E, F \subseteq \Omega$  t.c.  $E \cap F = \emptyset$  si ha che  $\mathbb{P}(E \cup F) = \mathbb{P}(E) + \mathbb{P}(F)$

Dimostrare che

$$\mathbb{P}(\emptyset) = 0$$

ESERCIZIO 8 In un club ci sono 36 soci che praticano il tennis, 28 il golf, 18 il nuoto, 22 sia tennis che golf, 12 sia tennis che nuoto, 9 sia nuoto che golf e 4 che praticano tutti e tre gli sport. Quanti soci praticano almeno uno sport?

ESERCIZIO 9 Ci sono tre trottole: A, B, C. La superficie rivolta verso l'alto di ciascuna trottole è ripartita equamente in tre parti; su ciascuna di queste parti c'è un numero:  $A = \{9, 5, 1\}$ ,  $B = \{3, 8, 4\}$ ,  $C = \{7, 6, 2\}$ . Due giocatori  $X$  e  $Y$  giocano al seguente gioco: il giocatore  $X$  sceglie una delle trottole e quindi  $Y$  sceglie una delle due rimanenti. Entrambi i giocatori girano la trottole e quella che si ferma sul numero maggiore è dichiarata vincitrice. Supponendo che ogni trottole sia equilibrata, preferireste essere il giocatore  $X$  o  $Y$ ?