Corso di laurea in Matematica – Anno accademico 2006/2007

CP1 – Calcolo delle probabilità 1

Tutorato III – Michele Salvi (micmat85@hotmail.com) – 16/03/'07

EX1. (*dalla scorsa volta: non lo avete fatto a lezione!*) Il signor Knorr continua a lanciare 2 dadi equi. L'esperimento si interrompe quando la somma dei numeri usciti è uguale a *5* o a *7*. Calcolare la probabilità che il *5* esca prima del *7*. [$p=2/5$]

EX2. Dare un esempio di:

(i) una variabile casuale con media nulla e varianza positiva;
(ii) una variabile casuale con media positiva e varianza nulla.

EX3. Allo scopo di esercitare un controllo sulla popolazione, come si sa, il governo cinese vietò ad ogni coppia di procreare più di un figlio. Con la speranza di avere un figlio maschio, molte coppie contadine arrivarono ad uccidere neonate femmine. A seguito di questi fatti, il Governo Popolare Cinese permette ora di avere figli, fino alla nascita del primo maschio (o almeno così era fino a qualche anno fa…). Ammettendo che la probabilità che nasca un maschio o una femmina sia del *50%* e che nessuna coppia si spinga oltre i *10* figli, dire se nella prossima generazione la popolazione sarà aumentata o diminuita e se (tra i giovani) saranno maggiori i maschi o le femmine.

EX4. In una città la probabilità che in una fermata dell' autobus sia presente un controllore è *1/500*; l'utente medio usa l' autobus per *10* fermate al giorno. Se il prezzo della tessera mensile è di *k* €, quanto deve essere la multa affinché per l'utente medio sia conveniente comprare la tessera?

EX5. Un'urna contiene 112 dadi di cui 56 equilibrati e 56 truccati. Nei dadi truccati l'*1* esce con probabilità *1/2* e gli altri numeri con probabilità *1/10*. Cagliostro estrae a caso un dado; se X è la variabile aleatoria che indica il risultato del lancio, calcolare la sua media e la probabilità che $X=3$. Se Cagliostro lancia il dado estratto due volte, e con X_i viene indicato il risultato dell'*i*-esimo lancio $i \in \{1, 2\}$, calcolare la probabilità che il dado sia truccato sapendo che $X_1=2$ e $X_2=3$; dire infine se le due variabili sono indipendenti. [$E[X]=3$, $p=2/15$, $p=0.26$]

EX6. Un calcolatore è collegato ad una rete che permette l'accesso ad un massimo di 20 persone. Collegati a questa rete vi sono i terminali di 24 operatori, ognuno dei quali, ad un dato istante, richiede con probabilità $p=0,6$ di essere connesso al calcolatore centrale. Qual è la probabilità che ad un dato istante la rete sia satura (cioè tutti e 20 gli accessi siano utilizzati)? [$p=0.0135$]

EX7. Il computer di una stazione radar registra l'arrivo di un segnale aleatorio usando come unità di misura il secondo. Ad ogni secondo, indipendentemente da quanto successo nel passato, il segnale arriva con probabilità p o non arriva con probabilità $1-p$. Si supponga, inoltre, che ad ogni secondo si registri l'arrivo di uno ed un solo segnale.

a) Qual è la probabilità che il primo segnale arrivi ad un istante di tempo dispari? [$P=1/(2-p)$]
b) Indicando con T_k il tempo di attesa del k-esimo segnale, qual è la distribuzione di T_k?
c) Calcolare la probabilità che il primo segnale arrivi al secondo i, se il secondo segnale arriva al secondo j ($j>i$).
d) In media quando arriva il k-esimo segnale?