



Corso di laurea in Matematica – Anno accademico 2006/2007

CP1 – Calcolo delle probabilità 1

Tutorato X – Michele Salvi (micmat85@hotmail.com) – 18/05/'07

E' in fase d'avvio il sito non ufficiale della facoltà: <http://matematica3.altervista.org/index.html> !!!

EX1. Sia $f(x, y) = c(x^2 + \frac{xy}{2})$, con $x \in [0, 1]$ e $y \in [0, 2]$.

- (i) Calcolare c affinché f sia una probabilità congiunta. [$c=6/7$]
- (ii) Calcolare la densità marginale di X .
- (iii) Calcolare $P(X > Y)$. [$p=15/56$]
- (iv) Calcolare $P(Y < 0.5 | X < 0.5)$. [$p=11/90$]
- (v) Calcolare $E[X]$. [$E[X]=5/7$]

EX2. In un'industria si producono dei macchinari composti di due componenti. Tali macchinari subiscono 3 tipi di guasti: il primo guasto danneggia il primo componente, il secondo guasto il secondo componente e il terzo tipo di guasto danneggia entrambi i componenti. E' noto che i guasti sono indipendenti tra loro e che il tempo T_i in cui l' i -esimo guasto si realizza segue una distribuzione esponenziale di parametro λ_i per $i=1,2,3$. Se X_j sono le variabili aleatorie che indicano i tempi in cui si danneggia il j -esimo componente per $j=1,2$, calcolare

- (i) $P(X_1 > s, X_2 > t)$; [$p = e^{-(\lambda_1 s + \lambda_2 t + \lambda_3 \max(s, t))}$]
- (ii) $P(T_1 \geq 3T_2)$. [$p = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 + 3\lambda_1}$]

EX3. Date 5 variabili aleatorie $\{X_i\}_{i=1}^5$ indipendenti identicamente distribuite come una $\exp(\lambda)$,

- (i) calcolare la probabilità che la più piccola sia minore di un certo valore a positivo e la probabilità che la più grande sia minore di un certo valore b . [$p = 1 - e^{-5\lambda a}$, $p = (1 - e^{-\lambda a})^5$]
- (ii) Estendere il risultato al caso generale di n v.a. X_i indipendenti supponendo nota la loro distribuzione (si sta chiedendo di dare due formule per $P(X_{\min} \leq x)$ e $P(X_{\max} \leq x)$).

EX4. Siano X ed Y due v.a. di densità congiunta:

$$p(x, y) = \begin{cases} cye^{-yx} & x \geq 0, 0 \leq y \leq 10 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- (i) Determinare la costante reale c . [$c=1/10$]
- (ii) Calcolare le densità marginali di X ed Y e dire se queste due v.a. sono indipendenti.