



**Corso di laurea in Matematica – Anno accademico 2006/2007**

## **CP1 – Calcolo delle probabilità 1**

**Tutorato VII – Michele Salvi ([micmat85@hotmail.com](mailto:micmat85@hotmail.com)) – 27/04/'07**

E' in fase d'avvio il sito non ufficiale della facoltà: <http://matematica3.altervista.org/index.html> !!!

**EX1.** Su una roulette con 38 numeri, di cui 2 neutri (0, 00), 18 rossi e 18 neri, punto 25 volte di fila sul rosso 1 euro; se vinco incasso 1 euro ogni volta. Calcolare, usando l'approssimazione normale della binomiale, la probabilità di avere alla fine delle giocate un guadagno netto positivo.

$$[p = 1 - \Phi(0.26)]$$

**EX2.** In una stazione il tempo d'attesa ad uno sportello è una variabile aleatoria esponenziale con media pari a 5 minuti; se Cagliostro arriva allo sportello al tempo  $T$  ed ha davanti una persona, calcolare la probabilità che rimanga in fila almeno 4 minuti.

$$[p = e^{-4/5}]$$

**EX3.** I pezzi meccanici prodotti da una certa linea di produzione devono avere una lunghezza nominale di 20 cm; sono accettabili pezzi aventi lunghezza entro i limiti di tolleranza [19.5, 20.5]. Le lunghezze reali dei pezzi sono in realtà delle v.a. con distribuzione normale di media 20 cm e di varianza  $(0.25)^2 \text{ cm}^2$ .

i) Quale percentuale di pezzi non rispetta i limiti di tolleranza dati?

$$[4.56\%]$$

ii) Potendo ricalibrare la linea di produzione, a quale valore dobbiamo ridurre la varianza affinché la percentuale di pezzi che rispettano i limiti di tolleranza sia pari al 99%?

$$[\sigma = 0.1938]$$

**EX4.** Sia  $X$  una variabile aleatoria con funzione di densità:  $f(x) = \frac{2x}{\vartheta} e^{-\frac{x^2}{\vartheta}} \chi_{\{x>0\}}$  con  $\vartheta$  parametro reale positivo.

i) Calcolare media e varianza di  $X$ . (Suggerimento: per la media utilizzare prima la formula per l'integrazione per parti, poi il cambiamento di variabile  $t = \sqrt{\frac{2}{\vartheta}}x$  per ricondursi ad un integrale gaussiano noto...)

$$[\mu = \frac{\sqrt{\vartheta\pi}}{2}, \text{Var} = \vartheta(1 - \frac{\pi}{4})]$$

ii) Mostrare che  $Z = X^2$  è una  $\Gamma(\alpha, \lambda)$  e determinare  $\alpha$  e  $\lambda$ . (Suggerimento: calcolare la funzione di distribuzione di  $Z$  e notare che si tratta della funzione di distribuzione di una esponenziale (di che parametro?) e quindi di una particolare gamma (di quali parametri?)...)

iii) Calcolare la distribuzione di  $W = e^{-\frac{X^2}{\vartheta}}$  (Suggerimento: usare il punto ii))