

## CP 110 – Esercitazione del 2/05/2016

**Esercizio 1.** Un disegno in bianco e nero viene suddiviso in 2 regioni - una chiara e una scura. Nella regione chiara il livello di grigio è normalmente distribuito con  $\mu = 4$  e  $\sigma^2 = 4$ , mentre nella regione scura esso è normalmente distribuito con parametri  $(6, 9)$ . Si sceglie un punto a caso il cui livello di grigio è pari a 5. Sapendo che la porzione di regione scura è uguale ad  $\alpha$ , per quale valore di  $\alpha$  la probabilità di fare un errore sarebbe la stessa affermando che il punto si trova nella regione scura (quando, invece, si trova nella regione chiara) o nella regione chiara (quando, invece, si trova nella regione scura)?

### Esercizio 2.

- (A) La caserma dei pompieri si trova su una strada lunga  $A, A < \infty$ . Se gli incendi si distribuiscono uniformemente su  $(0, A)$ , dove deve trovarsi la caserma affinché sia minima la distanza attesa dall'incendio? [ovvero, trovare  $a$  che minimizza  $E[|X - a|]$  quando  $X$  è distribuita uniformemente]
- (B) Supponiamo che la strada abbia lunghezza infinita - a partire dall'origine 0 - e che la distanza di un incendio dall'origine si distribuisca esponenzialmente con parametro  $\lambda$ . In quale punto dovrebbe trovarsi la caserma dei pompieri per minimizzare la distanza attesa dall'incendio? [ovvero, trovare  $a$  che minimizza  $E[|X - a|]$  quando  $X$  è distribuita esponenzialmente di parametro  $\lambda$ ]

**Esercizio 3.** Il tempo (in ore) richiesto per riparare un macchinario è distribuito esponenzialmente con parametro  $\lambda = \frac{1}{2}$ . Determinare:

- (A) la probabilità che la riparazione duri più di 2 ore;
- (B) la probabilità condizionata che la riparazione duri più di 10 ore sapendo che la sua durata supera le 9 ore.

**Esercizio 4.** Supponiamo che la distribuzione del tempo di vita di una macchina abbia una funzione di rischio  $\lambda(t) = t^3, t > 0$ . Qual è la probabilità che:

- (A) la macchina sopravviva più di due anni;
- (B) il tempo di vita della macchina sia compreso tra 0,4 e 1,4;
- (C) una macchina che ha 1 anno sopravviva più di due anni?

**Esercizio 5.** Sia  $X$  una variabile aleatoria con densità  $f_X$ . Determinare la densità della variabile aleatoria  $Y$  definita da  $Y = aX + b$ .

**Esercizio 6.** Determinare la densità di  $Y = e^X$  sapendo che  $X$  ha distribuzione normale di parametri  $\mu$  e  $\sigma^2$

**Esercizio 7.** Sia  $X$  una variabile aleatoria continua con funzione di distribuzione uguale a  $F$ . Sia  $Y$  la variabile aleatoria  $Y = F(X)$ . Qual è la distribuzione di  $Y$ ?

**Esercizio 8.** Sia  $U$  una variabile aleatoria con distribuzione uniforme in  $[0, 1]$  e sia  $Y$  una variabile aleatoria con funzione di distribuzione uguale a  $F_Y$ . Qual è la distribuzione della variabile aleatoria  $F_Y^{-1}(U)$ ?