

CP 110 – Esercitazione del 2/05/2016

Esercizio 1. Un disegno in bianco e nero viene suddiviso in 2 regioni - una chiara e una scura. Nella regione chiara il livello di grigio è normalmente distribuito con $\mu = 4$ e $\sigma^2 = 4$, mentre nella regione scura esso è normalmente distribuito con parametri $(6, 9)$. Si sceglie un punto a caso il cui livello di grigio è pari a 5. Sapendo che la porzione di regione scura è uguale ad α , per quale valore di α la probabilità di fare un errore sarebbe la stessa affermando che il punto si trova nella regione scura (quando, invece, si trova nella regione chiara) o nella regione chiara (quando, invece, si trova nella regione scura)?

Esercizio 2.

- (A) La caserma dei pompieri si trova su una strada lunga $A, A < \infty$. Se gli incendi si distribuiscono uniformemente su $(0, A)$, dove deve trovarsi la caserma affinché sia minima la distanza attesa dall'incendio? [ovvero, trovare a che minimizza $E[|X - a|]$ quando X è distribuita uniformemente]
- (B) Supponiamo che la strada abbia lunghezza infinita - a partire dall'origine 0 - e che la distanza di un incendio dall'origine si distribuisca esponenzialmente con parametro λ . In quale punto dovrebbe trovarsi la caserma dei pompieri per minimizzare la distanza attesa dall'incendio? [ovvero, trovare a che minimizza $E[|X - a|]$ quando X è distribuita esponenzialmente di parametro λ]

Esercizio 3. Il tempo (in ore) richiesto per riparare un macchinario è distribuito esponenzialmente con parametro $\lambda = \frac{1}{2}$. Determinare:

- (A) la probabilità che la riparazione duri più di 2 ore;
- (B) la probabilità condizionata che la riparazione duri più di 10 ore sapendo che la sua durata supera le 9 ore.

Esercizio 4. Supponiamo che la distribuzione del tempo di vita di una macchina abbia una funzione di rischio $\lambda(t) = t^3, t > 0$. Qual è la probabilità che:

- (A) la macchina sopravviva più di due anni;
- (B) il tempo di vita della macchina sia compreso tra 0,4 e 1,4;
- (C) una macchina che ha 1 anno sopravviva più di due anni?

Esercizio 5. Sia X una variabile aleatoria con densità f_X . Determinare la densità della variabile aleatoria Y definita da $Y = aX + b$.

Esercizio 6. Determinare la densità di $Y = e^X$ sapendo che X ha distribuzione normale di parametri μ e σ^2

Esercizio 7. Sia X una variabile aleatoria continua con funzione di distribuzione uguale a F . Sia Y la variabile aleatoria $Y = F(X)$. Qual è la distribuzione di Y ?

Esercizio 8. Sia U una variabile aleatoria con distribuzione uniforme in $[0, 1]$ e sia Y una variabile aleatoria con funzione di distribuzione uguale a F_Y . Qual è la distribuzione della variabile aleatoria $F_Y^{-1}(U)$?