

CP 110 – Esercitazione del 21/03/2016

Esercizio 1. Un'urna contiene 5 palline bianche e 5 palline nere. Vengono estratte (in sequenza) tre palline. Calcolare la probabilità che la terza pallina estratta sia nera.

Esercizio 2. Un sistema in parallelo funziona quando almeno uno delle sue componenti funziona. Consideriamo un sistema in parallelo con n componenti e supponiamo che ogni componente funzioni indipendentemente con probabilità $\frac{1}{2}$. Determinare la probabilità condizionata che la prima componente funzioni sapendo che il sistema funziona

Esercizio 3. A e B effettuano una serie di giochi. Ogni gioco è vinto, indipendentemente, da A con probabilità p e da B con probabilità $1 - p$. Si fermano quando il numero di vittorie totali di uno dei due giocatori è uguale a due in più di quelle dell'altro giocatore. Calcolare:

- (a) la probabilità che si effettuino 4 giochi;
- (b) la probabilità che A sia il vincitore della partita.

Esercizio 4. A e B sono coinvolti in un duello. Le regole del duello prevedono che essi debbano prendere le loro pistole e spararsi contemporaneamente. Se uno o entrambi sono colpiti, il duello è terminato. Se entrambi mancano il bersaglio, essi devono ripetere l'operazione. Supponiamo che i risultati dei tiri siano indipendenti e che ogni tiro di A colpirà B con probabilità p_A , mentre ogni tiro di B colpirà A con probabilità p_B . Calcolare la probabilità:

- (a) che A non sia colpito;
- (b) che entrambi i duellanti siano colpiti;
- (c) che il duello finisca dopo n tentativi;
- (d) condizionata che il duello finisca dopo n tentativi sapendo che A non è stato toccato;
- (e) condizionata che il duello finisca dopo n tentativi sapendo che entrambi i duellanti sono stati colpiti.

Esercizio 5. Viene lanciato un numero casuale N di dadi. Definiamo l'evento $A_i = \{N = i\}$ e supponiamo che $\mathbb{P}(A_i) = 2^{-i}$ per $i \geq 1$. Definiamo S la somma delle facce dei dadi lanciati. Calcolare la probabilità che:

1. $N = 2$ sapendo che $S = 4$
2. $S = 4$ sapendo che N è pari
3. $N = 2$ sapendo che $S = 4$ e che il primo dado mostra la faccia 1
4. Il numero maggiore mostrato dai dadi sia r (non conoscendo S)