

# CP420 Introduzione ai processi stocastici

A.A. 2018/2019

Prof. Fabio Martinelli

## 1. Passeggiate aleatorie e Catene di Markov

Successioni di variabili aleatorie. Passeggiate aleatorie. Catene di Markov a tempo discreto e tempo continuo. Misura invariante, time-reversal e reversibilità

## 2. Esempi e modelli classici.

Passeggiate aleatorie su grafi. Processi di nascita e morte. Processi di esclusione. Metodo Monte Carlo: algoritmi di tipo Metropolis e dinamiche di Glauber per il modello di Ising, colorazioni di un grafo e altri sistemi interagenti.

**3. Convergenza all'equilibrio I.** Distanza in variazione, tempi di mixing. Teoremi ergodici. Tecniche di accoppiamento. Tempi stazionari forti. Applicazioni al problema del “coupon collector” e al mescolamento di un mazzo di carte.

**4. Convergenza all'equilibrio II.** Convergenza in norma  $L^2$ . Gap spettrale e stime dei tempi di rilassamento. Disuguaglianza di Cheeger, conduttanza e metodo dei cammini. Metodo della “comparazione”. Gap spettrale per il processo di esclusione sul toro  $d$ -dimensionale. Convergenza all'equilibrio in termini di entropia e disuguaglianze di Sobolev logaritmiche. Esempi.

**5. Altri argomenti scelti.** Dinamica di Glauber per il modello di Ising: transizione di fase dinamica per il modello di campo medio e per il modello su  $Z^2$ . Il fenomeno del “cut-off”. Disuguaglianze di Sobolev logaritmiche e convergenza all'equilibrio. Algoritmi per la “simulazione perfetta”.

## TESTI CONSIGLIATI

- [1] D. LEVINE, Y. PERES, E. WILMER, *Markov chains and mixing times*.. AMS bookstore, (2009).  
[2] O. HAGGSTROM, *Finite Markov chains and algorithmic applications*.. Cambridge Univ. Press, (2002).  
[3] J. NORRIS, *Markov chains*. Cambridge Univ. Press, (2008).  
[4] L. SALOFFE-COSTE, *Lectures on finite Markov chains*.. Springer Lecture Notes in Math. 1665, (1997).

## MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)		<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto	<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
	orale	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO