

I Esonero

Cognome	
Nome	
Matricola	

Esercizio 1 [6 punti].

1. Si dispone di tre monete. La prima ha entrambe le facce testa, la seconda ha entrambe le facce croce mentre la terza e' una moneta equa (testa/croce entrambe 50%). Si sceglie a caso una delle tre monete e la si lancia. Se esce testa calcolare la probabilità che l'altra faccia sia anch'essa testa. [**2 punti**]
2. Consideriamo l'esperimento di lanciare un dado equo. Costruire due eventi A, B tali che $P(A) = P(B) = 1/2$ e $P(A|B) = 2/3$. Gli eventi sono indipendenti? [**2 punti**]
3. Se $X = 1_A, Y = 1_B$ quanto vale $\text{Cov}(X, Y)$? [**2 punti**]

Soluzione

Esercizio 2 [6 punti]. Una malattia colpisce il 10% della popolazione. Calcolare la probabilità che:

1. in un campione con $n = 30$ elementi non ci siano persone malate; [**3 punti**]
2. in un campione con $n = 10^4$ elementi il numero di persone malate sia almeno 1050. [**3 punti**]

Soluzione

Nome: _____

Esercizio 3 [8 punti].

1. Enunciare e dimostrare la legge dei grandi numeri. [**4 punti**]
2. Dimostrare che se X, Y sono indipendenti allora $\text{Var}(X + Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y)$. [**4 punti**]

Soluzione

Nome: _____

Esercizio 4 [6 punti]. Valutare approssimativamente il quantile $\chi_{n,\alpha}^2$ con $\alpha = 0.025$ per $n \gg 1$.
(Suggerimento: ricordarsi la definizione della variabile casuale chi-quadro e usare il teorema del limite centrale.)

Soluzione

Nome: _____

Esercizio 5 [6 punti]. Una tabella di contingenza per una coppia di variabili casuali (X, Y) con valori (x_1, x_2, x_3) e (y_1, y_2) rispettivamente ha prodotto i seguenti valori:

$Y \backslash X$	x_1	x_2	x_3
y_1	12	15	13
y_2	10	20	30

1. Quanto é grande il campione? [**2 punti**]
2. Quale dovrebbe essere la distribuzione marginale di X e di Y ? [**2 punti**]
3. Se X, Y fossero indipendenti con quale tabella potrei confrontare la tabella ottenuta? [**2 punti**]

Soluzione