Dip. di Ingegneria, Univ. Roma Tre
Prof. F. Martinelli

Probabilità e Statistica, 2013-14, II semestre
8 Settembre, 2014

# I Esonero 2015

| | |
|---|---|
| Cognome | |
| Nome | |
| Matricola | |

**Esercizio 1.**

1. La *media campionaria* dei primi 98 dati di un campione di 198 dati è pari a 120, mentre quella dei secondi 100 dati è pari a 100. Cosa possa concludere sulla media campionaria del campione ? [ **2 punti** ]
2. Stessa cosa per la *moda campionaria*. E per la mediana campionaria ? [ **3 punti** ]
3. In un campione il 25% dei dati si discosta dalla media campionaria piu' di 2. Cosa posso dire sulla varianza campionaria ? [ **2 punti** ]

**Soluzione**

Nome:________________________________________

**Esercizio 2.**

1. Quante persone devo radunare per avere che la probabilità di trovare almeno un compleanno il 28 Febbraio sia del 50% ? [ **3 punti** ]

2. Tre numeri distinti vengono inseriti a caso in tre buste A,B,C.

   (a) Qual'è lo spazio campionario $S$ e quanti elementi contiene ? [ **1 punti** ]

   (b) Calcolare la probabilità che il piu' piccolo tra i numeri nelle buste A e B sia anche più piccolo del numero nella busta C. [ **2 punti** ]

**Soluzione**

Nome:________________________________________

**Esercizio 3.** Consideriamo $n$ prove indipendenti in cui ogni prova ha tre possibili esiti $A, B, C$ con probabilità $p_A, p_B, p_C$ rispettivamente. Siano $N_A, N_B, N_B$ il numero delle prove con esito $A, B, C$. Calcolare:

1. la media e varianza di $N_A$; [ **3 punti** ]

2. la covarianza tra $N_A$ e $N_B$. Spiegare perchè è intuitivo che questa covarianza debba essere negativa. [ **3 punti** ]

**Soluzione**

Nome:________________________________________

**Esercizio 4.** Due variabili casuali continue $X, Y$ hanno densità congiunta data da

$$f(x,y) = \begin{cases} 2 & \text{se } 0 < x < y < 1 \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

1. Le variabili sono indipendenti ? [ **2 punti** ]
2. Calcolare la media di $X$. [ **2 punti** ]
3. Calcolare $\mathbb{P}(X > Y/2)$. [ **2 punti** ]

**Soluzione**

Nome:________________________________________

**Esercizio 5.**

1. Enunciare e dimostrare la legge debole dei grandi numeri. [ **3 punti** ]

2. Definire cosa si intende per due variabili indipendenti e dimostrare che $\mathrm{Var}(X+Y) = \mathrm{Var}(X) + \mathrm{Var}(Y)$ se $X, Y$ sono indipendenti. [ **3 punti** ]

3. Siano $\{F_i\}_{i=1}^n$ eventi mutuamente esclusivi e tali che $\cup_{i=1}^n F_i = S$. Dato un altro evento $E$ dimostrare la *formula di Bayes*

$$\mathbb{P}(F_j \mid E) = \frac{\mathbb{P}(E \mid F_j) P(F_j)}{\sum_i P(E \mid F_i)\mathbb{P}(F_i)}. \qquad [\ \textbf{3punti}\ ]$$

**Soluzione**