

## II Esonero

Cognome	
Nome	
Matricola	

**Esercizio 1.** Siano  $X_1, \dots, X_n$  variabili casuali indipendenti, con  $X_i \sim \text{Exp}[\lambda_i]$ ,  $\lambda_i > 0$ , e sia  $Y = \min(X_1, X_2, \dots, X_n)$ . Calcolare la densità di probabilità di  $Y$  e la sua media. [ **5 punti** ]

Nome: \_\_\_\_\_

**Esercizio 2.**

- (a) Dare la definizione di variabile  $t$  di Student con  $n$  gradi di liberta'. Usando la legge dei grandi numeri giustificare il fatto che, per  $n$  grande, la di Student con  $n$  gradi di liberta' è bene approssimata dalla  $\mathcal{N}(0, 1)$ . [ **4 punti** ]
- (b) Sia  $\bar{X}$  la media campionaria di un campione di taglia  $n$  estratto da una popolazione con media  $\mu$  e varianza  $\sigma^2$ . Qual'è la legge (approssimata) di  $\bar{X}$  ? Giustificare. [ **3 punti** ]
- (c) Sia  $S^2$  la varianza campionaria del campione al punto (b). Sotto quale ipotesi si conosce la distribuzione congiunta della coppia  $(\bar{X}, S^2)$  e del rapporto  $\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}$  ? [ **2 punti** ]

Nome: \_\_\_\_\_

**Esercizio 3.**

- (a) Il 12% della popolazione mondiale è mancina. Calcolare la probabilità che in un campione di 100 individui il numero dei mancini sia compreso tra 10 e 14 (estremi inclusi). [ **3 punti** ]
- (b) Il peso misurato da una bilancia è quello reale più un errore  $e \sim \mathcal{N}(0, 10^{-4})$ . I risultati di 5 misurazioni sono

3.142	3.163	3.155	3.150	3.141
-------	-------	-------	-------	-------

Trovare un intervallo di confidenza per il peso reale del 95%. [ **3 punti** ]

Nome: \_\_\_\_\_

**Esercizio 4.**

- (a) Data la distribuzione  $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$  calcolare gli stimatori di massima verosimiglianza per  $\mu$  e  $\sigma^2$ . [ **4 punti** ]
- (b) Lo stimatore di  $\sigma^2$  è corretto ? [ **2 punti** ]

Nome: \_\_\_\_\_

**Esercizio 5.**

- (a) Si vuole verificare che l'altezza media dei bambini maschi in quinta elementare sia di 130cm. Un campione di 20 bambini ha fornito un'altezza campionaria  $\bar{X} = 141,7$  e deviazione standard campionaria  $S = 9.1$ . Cosa possiamo concludere ? [ **3 punti** ]
- (b) Come dovrei modificare il test precedente sapendo che la deviazione standard teorica è uguale a 8.9 ? [ **3 punti** ]