Università degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica

Tutorato di AM220

A.A. 2010-2011 - Docente: Prof.ssa S. Mataloni
Tutore: Luca Battaglia

Tutorato numero 11 (25 Maggio 2011)
1-forme differenziali

I testi e le soluzioni dei tutorati sono disponibili al seguente indirizzo:
http://www.lifedreamers.it/liuck

1. Sia $\gamma(t) = \left(\sin t, \cos^2 t, \cos t\right)$ per $t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ e $\omega = xydx + (x+y)dy - zdz$.
   Calcolare $\displaystyle\int_\gamma \omega$.

2. Sia $\gamma \subset \mathbb{R}^2$ la semiellisse centrata nell'origine di semiassi 2 e 3 contenuta nel semipiano superiore, percorsa in senso antiorario, e sia $\omega = dx + \arcsin\left(\frac{x}{2}\right) dy$.
   Calcolare $\displaystyle\int_\gamma \omega$.

3. Sia $\gamma(t) = \left(e^{\sin(\pi t)}, e^{-\cos(\pi t)}, e^{2t-1}\right)$ per $t \in [0,1]$ e
   $\omega = \dfrac{x}{x^2+y^2+z^2+1}dx + \dfrac{y}{x^2+y^2+z^2+1}dy + \dfrac{z}{x^2+y^2+z^2+1}dz.$
   (a) Mostrare che ω è una forma chiusa.
   (b) Stabilire se ω è una forma esatta e, in caso affermativo, trovare un potenziale $f(x,y,z)$ tale che $f(0,0,0) = 0$.
   (c) Calcolare $\displaystyle\int_\gamma \omega$.

4. Sia $\gamma(t) = \left(\sqrt[3]{\cos t}, \sin t\right)$ per $t \in [-\pi, \pi]$ e $\omega = -\dfrac{3x^2y}{x^6+y^2}dx + \dfrac{x^3}{x^6+y^2}dy.$
   (a) Mostrare che ω è una forma chiusa.
   (b) Calcolare $\displaystyle\int_\gamma \omega$.
   (c) Stabilire se ω è una forma esatta.

5. Sia $\gamma(t) = (\cos t, \sin t)$ per $t \in [-\pi, \pi]$ e $\omega = \cos(x)e^{\arctan y}dx + \left(\dfrac{\sin(x)e^{\arctan(y)}}{y^2+1} + x\right)dy.$
   Calcolare $\displaystyle\int_\gamma \omega$

6. Sia $\gamma(t) = \left(t, \log((e-1)t+1), \frac{4}{\pi}\arctan t\right)$ per $t \in [0,1]$ e
   $\omega = \left(4xz - 3y^2\right)dx + \left(z^2 - 6xy\right)dy + \left(2yz + 2x^2\right)dz.$
   Calcolare $\displaystyle\int_\gamma \omega$.