

Università degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica

# Tutorato di AM220

A.A. 2010-2011 - Docente: Prof.ssa S. Mataloni

Tutore: Luca Battaglia

TUTORATO NUMERO 4 (23 MARZO 2011)

TEOREMA DELLA FUNZIONE IMPLICITA

I testi e le soluzioni dei tutorati sono disponibili al seguente indirizzo:

<http://www.lifedreamers.it/liuck>

1. Sia  $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definita come

$$F(x, y) = \sin(xy) - \cos(x) + e^y$$

- (a) Provare che  $\exists r, \rho > 0, g \in C^2(B_r(0), B_\rho(0))$  tali che  $F(x, g(x)) \equiv 0 \forall x \in B_r(0)$
- (b) Fornire una stima dei raggi  $r, \rho$
- (c) Determinare lo sviluppo di Taylor al secondo ordine di  $g$ .

2. Sia  $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  definita come

$$F(x_1, x_2, y) = \arctan(x_1 x_2 y) + \log\left(\frac{\cos(x_1 + x_2)}{y}\right)$$

- (a) Provare che  $\exists r, \rho > 0, g \in C^2(B_r((0, 0)), B_\rho(1))$  tali che  $F(x_1, x_2, g(x_1, x_2)) \equiv 0 \forall x \in B_r((0, 0))$
- (b) Fornire una stima dei raggi  $r, \rho$
- (c) Determinare lo sviluppo di Taylor al secondo ordine di  $g$ .

3. Sia  $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  definita come

$$F(x, y_1, y_2) = (\sin(y_1) + x e^{y_1} - 1, y_1^2 + \sinh(x y_2) + \log x)$$

- (a) Provare che  $\exists r, \rho > 0, g \in C^2(B_r(1), B_\rho((0, 0)))$  tali che  $F(x, g_1(x), g_2(x)) \equiv 0 \forall x \in B_r(1)$
- (b) Fornire una stima dei raggi  $r, \rho$
- (c) Determinare lo sviluppo di Taylor al secondo ordine di  $g$ .

4. Sia  $F : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^2$  definita come

$$F(x_1, x_2, y_1, y_2) = \left( \sqrt{y_1 + 1} - e^{\sin(x_1 + x_2)}, \frac{y_2}{x_1^2 + 1} - \sin(x_2) \cos(y_2) \right)$$

- (a) Provare che  $\exists r, \rho > 0, g \in C^2(B_r((0, 0)), B_\rho((0, 0)))$  tali che  $F(x_1, x_2, g_1(x_1, x_2), g_2(x_1, x_2)) \equiv 0 \forall x \in B_r((0, 0))$
- (b) Fornire una stima dei raggi  $r, \rho$
- (c) Determinare lo sviluppo di Taylor al primo ordine di  $g$ .