

Università degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica

Tutorato di AM220

A.A. 2010-2011 - Docente: Prof.ssa S. Mataloni

Tutore: Luca Battaglia

TUTORATO NUMERO 7 (27 APRILE 2011)

INTEGRALI

I testi e le soluzioni dei tutorati sono disponibili al seguente indirizzo:

<http://www.lifedreamers.it/liuck>

1. Sia $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq e^x\}$. Calcolare

$$\int_A xy dx dy$$

2. Sia $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, x \leq y \leq 1\}$. Calcolare

$$\int_A e^{-y^2} dx dy$$

3. Sia A il tetraedro avente come vertici i punti $(0, 0, 0)$, $(0, 0, 1)$, $(0, 1, 1)$ e $(1, 1, 1)$. Calcolare

$$\int_A \sin(\pi xyz) y^2 z^4 dx dy dz$$

4. Sia $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x \leq 1, y \leq z \leq ye^{x^3 - y^3}\}$. Calcolare

$$\int_A x^2 ye^{y^3} dx dy dz$$

5. Sia $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4, x + y \geq 2\}$. Calcolare

$$\int_A y^3 dx dy$$

6. Sia $A = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 \geq \frac{1}{4}, x \geq 0 \right\}$. Calcolare

$$\int_A x dx dy$$

7. Sia $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z^2 \leq x^2 + y^2, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$. Calcolare

$$\int_A \frac{dx dy dz}{(x^2 + y^2 + z^2)^3 + 1}$$

8. Sia $A_n = \left\{ (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n : x_i \geq 0 \forall i = 1, \dots, n, \sum_{i=1}^n x_i \leq 1 \right\}$.

Mostrare, procedendo per induzione, che A_n ha misura pari a $\frac{1}{n!}$.