

Università degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica

Tutorato di AM220

A.A. 2010-2011 - Docente: Prof.ssa S. Mataloni

Tutore: Luca Battaglia

TUTORATO NUMERO 8 (4 MAGGIO 2011)

INTEGRALI, CURVE

I testi e le soluzioni dei tutorati sono disponibili al seguente indirizzo:

<http://www.lifedreamers.it/liuck>

1. Sia $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 3y^2 \leq 1, 0 \leq y \leq x\}$. Calcolare

$$\int_A x^3 dx dy$$

2. Sia $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq \sin^2 z, z \in [0, \pi]\}$.
Calcolarne il volume.

3. Sia $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^3 \leq y \leq 1 - x^3, x \geq 0\}$. Calcolare

$$\int_A (x^2 y^2 - x^8) e^{x^6 + 2x^3 y + y^2} dx dy$$

4. Sia $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z^2\}$. Calcolare l'integrale improprio

$$\int_A \frac{dx dy dz}{z^2 (x^2 + y^2 + z^2 + 1)}$$

5. Sia $\gamma(t) = (t + \sin t, \cos t)$ per $t \in [0, 2\pi]$.
Stabilire se è una curva regolare e calcolarne la lunghezza.

6. Sia $\gamma(t) = (\cos^3 t, \sin^3 t)$ per $t \in [0, \frac{\pi}{2}]$

- (a) Stabilire se γ è una curva regolare.
(b) Calcolarne la lunghezza
(c) Calcolare

$$\int_{\gamma} e^{y^{\frac{2}{3}}} dl$$

7. Sia $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \geq \sqrt{3}|x|\}$. Calcolare

$$\int_A \frac{dx dy}{y} \quad \int_{\partial A} \frac{dl}{y}$$

8. Sia M una matrice $n \times n$ simmetrica definita positiva, B_n la misura della palla n -dimensionale e

$$A_M = \{x \in \mathbb{R}^n : \langle Mx, x \rangle \leq 1\}$$

Mostrare, con un opportuno cambio di variabile, che

$$|A_M| = \frac{B_n}{\sqrt{\det M}}$$