

Università degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica

# Tutorato di AM220

A.A. 2010-2011 - Docente: Prof.ssa S. Mataloni

Tutore: Luca Battaglia

TUTORATO NUMERO 8 (4 MAGGIO 2011)

INTEGRALI, CURVE

I testi e le soluzioni dei tutorati sono disponibili al seguente indirizzo:

<http://www.lifedreamers.it/liuck>

1. Sia  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 3y^2 \leq 1, 0 \leq y \leq x\}$ . Calcolare

$$\int_A x^3 dx dy$$

2. Sia  $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq \sin^2 z, z \in [0, \pi]\}$ .  
Calcolarne il volume.

3. Sia  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^3 \leq y \leq 1 - x^3, x \geq 0\}$ . Calcolare

$$\int_A (x^2 y^2 - x^8) e^{x^6 + 2x^3 y + y^2} dx dy$$

4. Sia  $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z^2\}$ . Calcolare l'integrale improprio

$$\int_A \frac{dx dy dz}{z^2 (x^2 + y^2 + z^2 + 1)}$$

5. Sia  $\gamma(t) = (t + \sin t, \cos t)$  per  $t \in [0, 2\pi]$ .  
Stabilire se è una curva regolare e calcolarne la lunghezza.

6. Sia  $\gamma(t) = (\cos^3 t, \sin^3 t)$  per  $t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

- (a) Stabilire se  $\gamma$  è una curva regolare.  
(b) Calcolarne la lunghezza  
(c) Calcolare

$$\int_{\gamma} e^{y^{\frac{2}{3}}} dl$$

7. Sia  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \geq \sqrt{3}|x|\}$ . Calcolare

$$\int_A \frac{dx dy}{y} \quad \int_{\partial A} \frac{dl}{y}$$

8. Sia  $M$  una matrice  $n \times n$  simmetrica definita positiva,  $B_n$  la misura della palla  $n$ -dimensionale e

$$A_M = \{x \in \mathbb{R}^n : \langle Mx, x \rangle \leq 1\}$$

Mostrare, con un opportuno cambio di variabile, che

$$|A_M| = \frac{B_n}{\sqrt{\det M}}$$