

ESERCITAZIONE DI ANALISI MATEMATICA- FOGLIO 3

1. Provare la seguente disuguaglianza:

$$\ln(1 + \cos(x)) + \frac{x^2}{4} \leq \ln 2, -\pi < x < \pi$$

2. Dire per quali valori di $a > 0$ l'equazione $x = \log_a x$ ammette soluzioni e in tal caso stabilirne il numero. (suggerimento: distinguere i casi corrispondenti ad $a > 1$ e $a < 1$)
3. Studiare l'insieme di derivabilità della funzione $f(x) = \arctan(\sqrt{|x^2 + 3x|})$. Classificare gli eventuali punti di non derivabilità.
4. Verificare, mediante la definizione di estremo inferiore, se risulta

$$\inf_{\mathbb{R} \setminus \{0\}} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{x}} = 0$$

5. Dimostrare che per ogni intero non negativo n vale l'uguaglianza

$$\sum_{k=0}^n \frac{1}{2^k} = 2 - \frac{1}{2^n}$$