

Esercitazioni di
MATEMATICA 1

Geologia

Anno Accademico 2007/2008

Chiara Valenti

-12 ottobre 2007-

1. Dati gli insiemi A e B rappresentare graficamente il loro prodotto cartesiano $A \times B$:

$$\begin{aligned} i) \quad & A = \{x : x^2 - 1 > 0 \wedge x \in \mathbb{R}\} \\ & B = \{y : 1 - y^2 > 0 \wedge y \in \mathbb{R}\} \\ ii) \quad & A = \{x : 2x^3 + x^2 - 2x - 1 = 0 \wedge x \in \mathbb{Z}\} \\ & B = \{y : -1 < y \leq 1 \wedge y \in \mathbb{R}\} \end{aligned}$$

2. Determinare se le seguenti funzioni sono pari, dispari o né pari né dispari:

$$\begin{aligned} i) \quad & f(x) = \sqrt[4]{x^3} & ii) \quad & f(x) = x^3 - x^5 & iii) \quad & f(x) = x^2 + |x| \\ iv) \quad & f(x) = x(x^2 + 1) & v) \quad & f(x) = x^4 - 3x^3 & vi) \quad & f(x) = 2^{x^2+x} \\ vii) \quad & f(x) = \frac{2^x}{1+4x} & viii) \quad & f(x) = x^3 \log x^2 & ix) \quad & f(x) = \frac{x-1}{x+2} \end{aligned}$$

3. Trovare il dominio $\mathcal{D}$ delle seguenti funzioni:

$$\begin{aligned} i) \quad & f(x) = \frac{1}{x^2 + 3x - 4} & ii) \quad & f(x) = \frac{1+x^5}{x^2+x+3} & iii) \quad & f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{x-3}} \\ iv) \quad & f(x) = \sqrt[5]{\frac{x-1}{x+3}} & v) \quad & f(x) = \log(2-5x) & vi) \quad & f(x) = \log_{x-1}(3-x) \\ vii) \quad & f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{x}} & viii) \quad & f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{1-x} & ix) \quad & f(x) = \sqrt{x^2-1} - \sqrt{x+1} \end{aligned}$$

4. Data la funzione

$$f(x) = 2^x + 3$$

trovare il dominio $\mathcal{D}_f$ ed il codominio $\mathcal{C}_f$, ricavare l'espressione analitica della funzione inversa $g(x)$. Trovare, inoltre, il dominio $\mathcal{D}_g$ ed il codominio $\mathcal{C}_g$.

5. Siano f e g due funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ di espressione analitica

$$f(x) = \frac{x-1}{2} \qquad g(x) = 2x-1$$

Indicata con $g(f(x)) = h(x)$ l'espressione analitica di $g \circ f$ e con $f(g(x)) = k(x)$ l'espressione analitica di $f \circ g$ risolvere le seguenti equazioni

$$\begin{aligned} i) \quad & h(x) = k(x) \\ ii) \quad & h(x) + k(x) = f(x-1) + g(x+1) \end{aligned}$$

6. Risolvere le seguenti disequazioni logaritmiche ed esponenziali:

$$\begin{aligned} i) \quad & \ln(x^2 - 15x) > 2 & ii) \quad & \ln x - \frac{2}{\ln x} + 1 \geq 0 & iii) \quad & \log_\alpha(x^2 + 2) < 0, \text{ con } \alpha > 0, \alpha \in \mathbb{R} \setminus \{1\} \\ iv) \quad & \log_5 \frac{1}{x} - \log_{25} x^2 < 2 & v) \quad & \frac{|\ln x + 1| - 2}{\ln x} < 1 & vi) \quad & \log x \leq \frac{x \log x - 1}{x-1} \\ vii) \quad & 4^{x+1} \cdot 6^{3x-2} < 8^x & viii) \quad & 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4 < 0 & ix) \quad & 3 \cdot 5^{2(2x-7)} - 4 \cdot 5^{2x-7} + 1 > 0 \end{aligned}$$