

Esercitazioni di
MATEMATICA 1
 Geologia
 Anno Accademico 2007/2008
 Chiara Valenti
 -19 ottobre 2007-

1. Utilizzando le relazioni fondamentali, calcolare le rimanenti funzioni goniometriche dell'angolo α di cui si conosce:

$$a) \sin \alpha = \frac{7}{25}, \quad \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \qquad b) \cos \alpha = -\frac{4}{5}, \quad \pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$$

$$c) \operatorname{cosec} \alpha = -\frac{13}{5}, \quad \pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi \qquad d) \sec \alpha = \frac{5}{3}, \quad 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

$$e) \sin \alpha = \frac{a^2 - 1}{a^2 + 1} \qquad f) \cos \alpha = \frac{2\sqrt{a}}{a + 1}$$

$$g) \operatorname{cosec} \alpha = \frac{1 + a}{1 - a} \qquad h) \sec \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 - a^2}}$$

2. Utilizzando le formule di addizione e sottrazione calcolare i valori esatti di:

$$a) \sin 15^\circ \qquad b) \cos 165^\circ \qquad c) \sin 75^\circ \qquad d) \cos 255^\circ$$

$$e) \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) \text{ sapendo che } \sin \alpha = \frac{3}{5} \text{ e } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

$$f) \sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) \text{ sapendo che } \sin \alpha = -\frac{3}{5} \text{ e } \pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$$

3. Servendosi delle relazioni fondamentali, verificare le seguenti identità:

$$a) \cos \alpha(1 - \tan \alpha) + \sin \alpha(1 - \cot \alpha) = 0$$

$$b) 2 - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha(2 \sec^2 \alpha - \tan^2 \alpha)$$

$$c) \frac{\cos^2 \alpha}{1 - \sin \alpha} = 1 + \sin \alpha$$

$$d) \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\tan \alpha + 1} = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\tan \alpha - 1}$$

$$e) \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta$$

$$f) \cos\left[\frac{\pi}{6} - (\alpha + \beta)\right] - \sin(\alpha + \beta) = \cos\left(\frac{\pi}{6} + \alpha + \beta\right)$$

4. Siano $f(x) = 2x$, $g(x) = x - 3$ e $h(x) = x + 1$. Graficare le seguenti funzioni precisandone anche il periodo, il dominio e il codominio:

$$a) F(x) = \sin x \qquad b) F(x) = \cos x \qquad c) F(x) = h(\sin(x))$$

$$d) F(x) = \sin(f(x)) \qquad e) F(x) = f(\cos x) \qquad f) F(x) = g(\cos(f(x)))$$

5. Risolvere le seguenti equazioni e disequazioni trigonometriche:

$$a) 8 \cos^2 x - 2 \sin x = 5 \qquad b) 2 \sin^2 x = 1 + \cos x \qquad c) \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1$$

$$d) \sin x > \frac{1}{2} \qquad e) \cos x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ con } x \in [0; 2\pi] \qquad f) \sin x - \cos x < 0, \text{ con } x \in [0; 2\pi]$$