Esercitazioni di

# MATEMATICA 1

Geologia

Anno Accademico 2007/2008

Chiara Valenti

*-26 ottobre 2007-*

**1**. Calcolare il periodo delle seguenti funzioni:

*a*) $F(x) = \cos(3x + \alpha)$ *b*) $F(x) = \tan(5x - \alpha)$ *c*) $F(x) = \sin 3x + \sin 2x$

*d*) $F(x) = 2\sin 4x + \cos(5x + \frac{2}{3}\pi) - \frac{1}{3}\tan 3x$ *e*) $F(x) = \cos\frac{6x+\pi}{5}$ *f*) $F(x) = \frac{2\sin(3x - \frac{\pi}{3})}{\cos 3x}$

**2**. Graficare le seguenti funzioni precisandone anche il periodo, il dominio e il codominio:

*a*) $F(x) = -\cos x$ *b*) $F(x) = |\sin x|$ *c*) $F(x) = \tan\frac{x}{2} - 1$ *d*) $F(x) = \sin(x - \frac{\pi}{4})$

**3**. Data la funzione di equazione $y = \arcsin(1 - \frac{x}{2})$, se ne determini il dominio e l'espressione analitica della funzione inversa $y = g(x)$. Dal grafico di $y = \arcsin x$ dedurre poi quello di $y = \arcsin(1 - \frac{x}{2})$, e da quest'ultimo dedurre il grafico di $y = g(x)$.

**4**. Calcolare $\cos\left[\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{4}\right)\right]$ e $\tan\left[\arccos\left(-\frac{4}{5}\right)\right]$.

**5**. Siano $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{y} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$. Calcolare:

*a*) Il coseno dell'angolo $\varphi$ tra i vettori $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$;

*b*) Il coseno dell'angolo $\varphi$ tra i vettori $-\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$;

*c*) Il coseno dell'angolo $\varphi$ tra i vettori $\mathbf{x}$ e $-\mathbf{y}$;

*d*) Il coseno dell'angolo $\varphi$ tra i vettori $\mathbf{x} - \mathbf{y}$ e $\mathbf{x} + \mathbf{y}$;

**6**. Dati i vettori $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$, calcolare: prodotto scalare, prodotto vettoriale, lunghezza, angolo compreso, il vettore $\mathbf{x} - 3\mathbf{y}$ e la sua lunghezza.

*a*) $\mathbf{x} = (1, -3, 0)$, $\mathbf{y} = (1, 2, 5)$ *b*) $\mathbf{x} = (1, -3, 1)$, $\mathbf{y} = (1, 2, 5)$

*c*) $\mathbf{x} = (1, -1, 1)$, $\mathbf{y} = (1, 4, 1)$ *d*) $\mathbf{x} = (3, -2, -1)$, $\mathbf{y} = (4, 3, 2)$

**7**. Verificare tra le seguenti coppie di vettori quali sono ortogonali e quali paralleli:

*a*) $\mathbf{x} = (1, 2, 3)$, $\mathbf{y} = (-3, 1, 1)$ *b*) $\mathbf{x} = (1, -3, 5)$, $\mathbf{y} = (-3, 9, -15)$

*c*) $\mathbf{x} = (1, 0, -2)$, $\mathbf{y} = (1, 3, 1)$ *d*) $\mathbf{x} = (3, 1, 0)$, $\mathbf{y} = (2, -6, 2)$

**8**. Determinare i vettori $\mathbf{v}$ e $\mathbf{w}$ dello spazio $\mathbb{R}^3$, sapendo che

$$\begin{cases} 2\mathbf{v} + \mathbf{w} = (5, -3, 7) \\ \mathbf{v} + 2\mathbf{w} = (1, 9, 8) \end{cases}$$

**9**. Si dimostri che, se $\mathbf{v}$ e $\mathbf{w}$ sono due vettori qualsiasi, risulta

$$|\mathbf{v} + \mathbf{w}|^2 = \mathbf{v}^2 + \mathbf{w}^2 + 2\,\mathbf{v}\cdot\mathbf{w}.$$

Calcolare $|\mathbf{v} + \mathbf{w}|$ sapendo che $\mathbf{v} \perp \mathbf{w}$, $|\mathbf{v}| = 9$ e $|\mathbf{w}| = 12$.

**10**. Determinare le componenti di $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2$ sapendo che:

*a*) $\mathbf{x} \perp \mathbf{y}$, $\mathbf{y} = (-5, 3)$ e $|\mathbf{x}| = \sqrt{17}$; *b*) $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$ formano un angolo di $\frac{\pi}{3}$, $\mathbf{y} = (4, 0)$ e $|\mathbf{x}| = 5$.

**11**. Siano dati i vettori $\mathbf{v} = (\sqrt{2}, -3, 3)$, $\mathbf{w} = (1, \sqrt{2}, -\sqrt{2})$ e $\mathbf{u} = (-1, 3, 2) \in \mathbb{R}^3$.

*a*) Calcolare l'area del parallelogramma costruito su $\mathbf{v}$ e $\mathbf{w}$.

*b*) Calcolare il volume del parallelepipedo costruito sui vettori $\mathbf{v}$, $\mathbf{w}$ e $\mathbf{u}$.