

Esercitazioni di  
**MATEMATICA 1**  
Geologia  
Anno Accademico 2007/2008  
Chiara Valenti  
-2 novembre 2007-

1. Sia  $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ , trovare un vettore  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^2$  tale che:
  - a)  $\mathbf{y}$  è perpendicolare a  $\mathbf{x}$  e  $|\mathbf{y}| = 3$ ;
  - b)  $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = -2$  e  $|\mathbf{y}| = 2$ ;
  - c)  $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = |\mathbf{x}||\mathbf{y}|$ ;
  - d)  $|\mathbf{x} - \mathbf{y}| = 0$ ;
  - e)  $\mathbf{y}$  è parallelo a  $\mathbf{x}$  e  $|\mathbf{y}| = 10$ ;
2. Siano  $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$  e  $\mathbf{y} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$ . Calcolare:
  - a) l'area del triangolo di vertici  $\mathbf{0}$ ,  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{y}$ ;
  - b) l'area del parallelogramma di vertici  $\mathbf{0}$ ,  $-\mathbf{x}$ ,  $-\mathbf{y}$  e  $-\mathbf{x} - \mathbf{y}$ ;
  - c) l'area del parallelogramma di vertici  $\mathbf{0}$ ,  $-\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{y}$  e  $\mathbf{y} - \mathbf{x}$ ;
3. Siano  $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$  e  $\mathbf{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$  tre punti del piano. Determinare:
  - a) le equazioni parametriche e cartesiane della retta  $r$  passante per i punti  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{c}$ ;
  - b) le equazioni parametriche e cartesiane della retta  $s$  passante per i punti  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$ ;
  - c) il punto d'intersezione e l'angolo formato dalle due rette  $r$  e  $s$ ;
  - d) le equazioni parametriche e cartesiane della retta  $l$  passante per  $\mathbf{b}$  e perpendicolare al vettore  $\mathbf{a} - \mathbf{c}$ ;
4. Scrivere le equazioni parametriche delle rette passanti per i seguenti punti e stabilire quali sono parallele o perpendicolari tra loro.
  - a)  $(1, 2, 13)$  e  $(5, 8, 3)$ ;
  - b)  $(1, 6, -2)$  e  $(-1, 3, 3)$ ;
  - c)  $(-1, 1, -4)$  e  $(0, 2, -3)$ ;
5. Scrivere l'equazione parametrica della retta passante per il punto  $(1, -2, 3)$  e
  - a) parallela alla retta  $r$  di equazione  $r = (1 - t, 2 + 3t, -1 + 2t)$ ,  $t \in \mathbb{R}$ ;
  - b) perpendicolare al piano di equazione  $2x - 2y + 3z = 1$ ;
6. Determinare l'insieme dei vettori di  $\mathbb{R}^3$  perpendicolari al vettore  $\mathbf{n} = (2, 1, -5)$ .
7. Scrivere le equazioni dei piani passanti per i seguenti punti e stabilire quali sono perpendicolari o paralleli tra loro.
  - a)  $(1, -2, 3)$ ,  $(2, 8, 1)$  e  $(1, 3, 1)$ ;
  - b)  $(2, 5, -1)$ ,  $(0, -7, 3)$  e  $(3, -1, 3)$ ;
  - c)  $(-2, 2, -2)$ ,  $(-4, 3, 0)$  e  $(2, 3, -1)$ ;
8. Scrivere l'equazione del piano passante per il punto  $(1, -2, 3)$  e
  - a) ortogonale al vettore  $\mathbf{n} = (2, 3, 4)$ ;
  - b) parallelo ai vettori  $(0, 1, -2)$  e  $(3, -1, 1)$ ;
  - c) perpendicolare alla retta di equazione  $(x, y, z) = (t, 2 - t, 1 + t)$ ;
  - d) parallelo al piano di equazione  $x - y + 3z = 5$ ;