

Esercitazioni di
MATEMATICA 1

Geologia

Anno Accademico 2007/2008

Chiara Valenti

-15 novembre 2007-

1. Scrivere in coordinate cartesiane (x, y) i seguenti punti di \mathbb{R}^2 a partire dalla loro espressione in coordinate polari (ρ, φ) :

$$a) \mathbf{x} = (3, 0) \quad b) \mathbf{x} = (2, \frac{\pi}{4}) \quad c) \mathbf{x} = (0, \frac{\pi}{9}) \quad d) \mathbf{x} = (3\sqrt{3}, \frac{4}{3}\pi) \quad e) \mathbf{x} = (1, \frac{5}{4}\pi)$$

2. Scrivere in coordinate polari (ρ, φ) i seguenti punti di \mathbb{R}^2 a partire dalla loro espressione in coordinate cartesiane (x, y) :

$$a) \mathbf{x} = (3\sqrt{3}, 9) \quad b) \mathbf{x} = (2, -2) \quad c) \mathbf{x} = (0, 5) \quad d) \mathbf{x} = (-5, 5\sqrt{3}) \quad e) \mathbf{x} = (1, 1)$$

3. Scrivere in coordinate cartesiane (x, y, z) i seguenti punti di \mathbb{R}^3 a partire dalla loro espressione in coordinate sferiche (ρ, θ, φ) :

$$a) \mathbf{x} = (1, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}) \quad b) \mathbf{x} = (20, \frac{7}{4}\pi, \frac{\pi}{4}) \quad c) \mathbf{x} = (11, \frac{3}{2}\pi, \frac{\pi}{2})$$
$$d) \mathbf{x} = (\frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{4}{3}\pi, \frac{5}{6}\pi) \quad e) \mathbf{x} = (\pi, \frac{\pi}{12}, 0) \quad f) \mathbf{x} = (12, \frac{3}{4}\pi, \frac{2}{3}\pi)$$

4. Scrivere in coordinate sferiche (ρ, θ, φ) i seguenti punti di \mathbb{R}^3 a partire dalla loro espressione in coordinate cartesiane (x, y, z) :

$$a) \mathbf{x} = (\sqrt{6}, \sqrt{2}, 2\sqrt{2}) \quad b) \mathbf{x} = (-3, 0, 3\sqrt{3}) \quad c) \mathbf{x} = (5, -5, 0)$$
$$d) \mathbf{x} = (\frac{1}{\sqrt{3}}, -1, -\frac{2}{3}) \quad e) \mathbf{x} = (-1, -1, -\sqrt{2}) \quad f) \mathbf{x} = (0, -e, 0)$$

5. Scrivere in coordinate cartesiane (x, y, z) i seguenti punti di \mathbb{R}^3 a partire dalla loro espressione in coordinate cilindriche (ρ, θ, t) :

$$a) \mathbf{x} = (5, \frac{\pi}{2}, -1) \quad b) \mathbf{x} = (\sqrt{2}, \frac{5}{3}\pi, 3\sqrt{3} - \sqrt{2}) \quad c) \mathbf{x} = (e, \frac{3}{4}\pi, 0)$$

6. Scrivere in coordinate cilindriche (ρ, θ, t) i seguenti punti di \mathbb{R}^3 a partire dalla loro espressione in coordinate cartesiane (x, y, z) :

$$a) \mathbf{x} = (-3, 0, 5) \quad b) \mathbf{x} = (\sqrt{3}, -1, -4) \quad c) \mathbf{x} = (\sqrt{2}\pi, 0, -\pi)$$

7. Si consideri nel piano \mathbb{R}^2 la circonferenza \mathcal{C} di raggio $r = 6$ centrata nell'origine \mathbf{O} di un sistema di riferimento cartesiano. Sia \mathbf{P} un punto di tale circonferenza tale che il vettore $\vec{\mathbf{OP}}$ forma un angolo $\varphi = \frac{\pi}{3}$ con l'asse delle x . Trovare la retta tangente alla circonferenza \mathcal{C} nel punto \mathbf{P} .

8. Si consideri nello spazio \mathbb{R}^3 la sfera \mathcal{S} di raggio $r = 10$ centrata nell'origine \mathbf{O} di un sistema di riferimento cartesiano. Sia \mathbf{P} un suo punto avente coordinate sferiche $(20, \frac{7}{6}\pi, \frac{3}{4}\pi)$. Trovare la retta tangente alla sfera \mathcal{S} nel punto \mathbf{P} .

9. Sia p_1 il piano contenente le due rette $r_1 : (x, y, z) = (2 + t, 4 - 5t, -1)$ e $r_2 : (x, y, z) = (5 - 2t, -t, 1 - 2t)$ e sia p_2 il piano parallelo al piano di equazione $5x + y - 6z = 7$ e passante per il punto d'intersezione di r_1 e r_2 . Determinare le equazioni cartesiane e parametriche della retta intersezione dei due piani p_1 e p_2 .

10. Calcolare il limite delle seguenti successioni e, qualora esso esista, verificare che soddisfi la definizione di limite.

$$a) a_n = \frac{2n+1}{n} \quad b) a_n = \frac{1-5n^2}{n^2+8n} \quad c) a_n = \sqrt{\frac{2n}{n+1}} \quad d) a_n = \frac{n^2+1}{2}$$

$$e) a_n = (-1)^{n^2} \quad f) a_n = \frac{n^2-2}{n} \quad g) a_n = \sqrt{n} - n \quad h) a_n = (-1)^{2n+1} \frac{3^n}{2^n}$$