

Esercitazioni di  
**MATEMATICA 1**  
Geologia  
Anno Accademico 2007/2008

Chiara Valenti

-16 novembre 2007-

1. Si dica se le seguenti funzioni sono periodiche e, nel caso lo siano, determinarne il periodo.

a)  $f(x) = \cos^2 x$

b)  $g(x) = \tan \frac{x}{3}$

c)  $h(x) = \sin(x + 1)$

d)  $k(x) = \sin x + 1$

e)  $l(x) = \cos \frac{10}{3}x + \tan \frac{x}{2}$

f)  $s(x) = \sin 2x + \cos \frac{1}{3}x$

2. In un sistema di riferimento cartesiano ortonormale si considerino i seguenti vettori

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{w} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{k} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Si trovi  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{k}$ ,  $\mathbf{u} \wedge \mathbf{v}$  e il vettore  $\mathbf{n} = \mathbf{u} \wedge \mathbf{v} - 3(\mathbf{u} \cdot \mathbf{k})\mathbf{w}$ .

Scrivere l'equazione parametrica e cartesiana della retta passante per  $P_0 = (1, 0, 1)$  avente come direzione  $\mathbf{n}$ .

3. In un sistema di riferimento cartesiano ortonormale si considerino i seguenti vettori

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{w} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Si determini:

- a)  $\mathbf{v} \cdot \mathbf{w}$ ,  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} \wedge \mathbf{w}$  e  $\mathbf{u} - 3\mathbf{w}$ ;
  - b) La lunghezza del vettore  $\mathbf{u} - 3\mathbf{w}$ ;
  - c) L'angolo individuato da  $\mathbf{v}$  e  $\mathbf{w}$ ;
  - d) L'equazione parametrica e cartesiana della retta passante per  $P_0 = (1, 1, 1)$  avente come direzione  $\mathbf{w}$ ;
  - e) L'equazione del piano passante per l'origine e perpendicolare a  $\mathbf{u}$ ;
  - f) Il piano individuato dai vettori  $\mathbf{u}$  e  $\mathbf{w}$ .
4. Si determinino dominio e codominio di  $f(x) = \frac{1}{2} \ln x$  e  $g(x) = 2x + 1$ . Le funzioni  $f$  e  $g$  sono invertibili? Qualora siano invertibili se ne determinino le funzioni inverse, specificandone dominio e codominio. Si consideri  $g(x)$  con dominio  $x > 0$ . Si determinino le funzioni composte  $f(g(x))$  e  $g(f(x))$ .
5. Si determinino il dominio e il codominio delle seguenti funzioni:

$$f(x) = \ln[2(x - 1)];$$

$$g(x) = 10^{x-1}.$$

La funzione  $g$  è invertibile? Qualora lo sia determinare la funzione inversa, specificandone dominio e codominio.

6. Risolvere le seguenti disequazioni

a)  $|x - 1| \geq 2 + x$

b)  $|x^2 - x + 1| \geq x + 1$

7. Trovare le soluzioni dell'equazione

$$x \ln(x^2 - 1) - 2 \ln(x - 1) - \ln(x + 1)^2 = 0$$