

Esercitazioni di  
**MATEMATICA 1**  
Geologia  
Anno Accademico 2007/2008

Chiara Valenti

-13 dicembre 2007-

1. Calcolare i seguenti limiti di funzioni:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \sqrt{3x}}{\pi x}$	b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$	c) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2(1 - \cos \frac{1}{2x})$
d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos e^x}{3x}$	e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{1 - \cos x}$	f) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(1 - \sin x)^2}{\cos x}$
g) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{\theta}{x}\right)^x$	h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$	i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{\cos x}$
l) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 3x^2 + 4x}{x^5 - x}$	m) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 3x^2 + 4x}{x^5 - x}$	n) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x}$
o) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 3^x}{x}$	p) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 7x + 12}{(x-3)^3}$	q) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 \sin x}{\log(1+x)}$

2. Verificare con la definizione che  $f(x)$  è continua in  $x_0$ :

a)  $f(x) = \frac{5x+2}{3}$ ,  $x_0 = -1$ ;    b)  $f(x) = \frac{2-x^2}{x^2}$ ,  $x_0 = 2$ ;    c)  $f(x) = \frac{3^x}{2^x}$ ,  $x_0 = 0$ .

3. Determinare per quale valore di  $a$  la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2ax + a & \forall x > 0 \\ \sqrt{x+2} & \forall x \in [-2; 0] \end{cases}$$

è continua in  $x = 0$ .

4. Determinare per quale valore di  $a$  la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \forall x \geq 0 \\ ax - 3 & \forall x < 0 \end{cases}$$

è continua in  $\mathbb{R}$ .

5. Si determinino i punti di discontinuità e la rispettiva specie delle seguenti funzioni:

a) $f(x) = e^{\frac{2x-3}{x-2}}$	b) $f(x) = \frac{1 - \cos x}{\cos x - \cos 2x}$	c) $f(x) = \frac{2x}{\sin 3x}$
d) $f(x) = \frac{1}{1 - 2^{\frac{1}{x}}}$	e) $f(x) = \frac{e^x - 1}{x}$	f) $f(x) = \frac{\log(1+x)}{x}$
g) $f(x) = \begin{cases} 1+x^2 & \forall x > 3 \\ 1 & x = 3 \\ 7+x & \forall x < 3 \end{cases}$	h) $f(x) = \frac{ x+1 }{x+1} e^{\frac{1}{x-2}}$	i) $f(x) = \frac{x}{x^4 - 1}$

6. Discutere la continuità delle seguenti funzioni e determinarne il dominio. Determinare gli eventuali asintoti orizzontali, verticali e obliqui e i punti d'intersezione con gli assi. Aiutandosi con lo studio del segno, rappresentare su un sistema di riferimento cartesiano l'andamento qualitativo del grafico delle funzioni.

a) $f(x) = \frac{2}{x-5}$	b) $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$	c) $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$
d) $f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$	e) $f(x) = \frac{x^3}{1-x^2}$	f) $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x}}$