CAM, a.a. 2003-2004 - Esercizi 1

(a cura di Giampiero Palatucci)

1 marzo 2004

1. Calcolare, usando la definizione, la derivata delle seguenti funzioni:

a. $\ln x$; **b.** e^{3x}; **c.** $\sin x$.

2. Calcolare la derivata delle seguenti funzioni, usando i teoremi sulla derivazione del prodotto e della composizione di funzioni:

a. $a^x \quad (a > 0, a \neq 1)$; **b.** $f(x)^{g(x)}$.

3. Usando le tabelle delle derivate delle funzioni elementari, calcolare (se esiste) la derivata delle funzioni seguenti, definite in tutto $\mathbb{R}$, studiando in particolare i punti in cui i teoremi generali non sono applicabili.

a. $f(x) = x \sin \sqrt[3]{x}$; **b.** $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{\sqrt[3]{x}}, & \text{se } x \neq 0, \\ 0, & \text{se } x = 0; \end{cases}$ **c.** $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin^2 |x|}{\sqrt[3]{x^4}}, & \text{se } x \neq 0, \\ 0, & \text{se } x = 0. \end{cases}$

4. Studiare la continuità in zero della seguente funzione e della sua derivata prima:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \dfrac{1}{x}, & \text{se } x \neq 0, \\ 0, & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

5. Calcolare la derivata della funzione $f(x) = \arctan x + \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$ in ogni punto del suo dominio. Calcolare inoltre $f(1)$ e $f(-1)$.

Possiamo applicare il *Teorema della derivata nulla*([1])?

Disegnare il grafico della funzione f.

[1] **Teorema della derivata nulla**. *Sia f una funzione derivabile in un intervallo I. Se f' è identicamente nulla in I allora f è costante.*