CAM, a.a. 2003-2004 - Esercizi 3

Giampiero Palatucci

22 marzo 2004

1. Dimostrare la validità delle seguenti disuguaglianze:

a. $\sqrt{1+x^2} \leq \sqrt{1+y^2} + |x-y|, \quad \forall\, x \,\mathrm{e}\, y \in \mathbb{R}^+$;

b. $2\cos^2 x - 3\sin x + 2\sin^2 x < 3e^{-x} - 1, \quad \forall x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$;

c. $e^x \geq 1 + x, \quad \forall\, x \geq 0$;

d. $\ln(1+x) \geq x - \frac{x^2}{x}, \quad \forall\, x \geq 0.$

2. Dire per quali α la funzione $f(x) := e^x - \alpha x^3$ è convessa.

3. Un triangolo rettangolo di ipotenusa data a viene fatto ruotare attorno ad uno dei due cateti per generare un cono circolare retto. Trovare il cono di volume massimo.