Cognome e nome...

CAM - Complementi di Analisi Uno, a.a. 2003/04

Comm. Prof. Mario Girardi

Prova di Esonero del 3 giugno 2004

ESERCIZIO 1

Calcolare il seguente limite utilizzando lo sviluppo di Taylor.

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2 - \sin^2 x}{x^3(e^x - \cos x)}$$

Cognome e nome...

CAM - Complementi di Analisi Uno, a.a. 2003/04

Comm. Prof. Mario Girardi

Prova di Esonero del 3 giugno 2004

ESERCIZIO 2

Dare un approssimazione con errore assoluto $\leq 10^{-3}$ del seguente integrale

$$\int_0^1 \cos(x^2)dx$$

Cognome e nome...

CAM - Complementi di Analisi Uno, a.a. 2003/04

Comm. Prof. Mario Girardi

Prova di Esonero del 3 giugno 2004

ESERCIZIO 3

Discutere l'esistenza del seguente integrale improprio.

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-\alpha^2x^2)}}, \quad (0<\alpha<1).$$

Cognome e nome..

CAM - Complementi di Analisi Uno, a.a. 2003/04
Comm. Prof. Mario Girardi

Prova di Esonero del 3 giugno 2004

ESERCIZIO 4

Discutere l'integrabilità in segno e in valore assoluto della funzione $f(x) = \dfrac{\sin x}{x}$ nell'intervallo $(\pi, +\infty)$:

A) $\displaystyle\int_{\pi}^{+\infty} \frac{\sin x}{x}\, dx;$ **B)** $\displaystyle\int_{\pi}^{+\infty} \frac{|\sin x|}{x}\, dx.$

Cognome e nome...

CAM - Complementi di Analisi Uno, a.a. 2003/04
Comm. Prof. Mario Girardi

Prova di Esonero del 3 giugno 2004

ESERCIZIO 5

A) Enunciare il "Primo Teorema Fondamentale del Calcolo Integrale".

B) Dimostrare la seguente proposizione: *Siano I un intervallo della retta reale, $n \in \mathbb{N}$ e f derivabile $n+1$ volte con derivate continue in I, allora $\forall x_0, x \in I$ si ha*

$$f(x) = \mathbb{T}^n_{x_0} f(x) + \frac{1}{n!} \int_{x_0}^{x} (x-t)^n f^{(n+1)}(t)\, dt,$$

dove $\mathbb{T}^n_{x_0} f(x)$ è il polinomio di Taylor di grado n per f in x_0.

[Suggerimento: Dimostrare per induzione su n]