COGNOME .... *NOME* .... *MATRICOLA* ....

Risolvere il massimo numero di esercizi accompagnando le risposte con spiegazioni chiare ed essenziali. *Inserire le risposte negli spazi predisposti. NON SI ACCETTANO RISPOSTE SCRITTE SU ALTRI FOGLI. Scrivere il proprio nome anche nell'ultima pagina.* 1 Esercizio = 5 punti. Tempo previsto: 2 ore. Nessuna domanda durante la prima ora e durante gli ultimi 20 minuti.

FIRMA	1	2	3	4	5	6	7	8	TOT.
....									

1. Rispondere alle seguenti domande fornendo una giustificazione di una riga:

   a. Quali sono i valori di $b \in \mathbf{C}$ tali che $[\mathbf{Q}[\sqrt{bi}] : \mathbf{Q}] = 2$?

   ....

   b. Scrivere una $\mathbf{Q}$–base del campo di spezzamento del polinomio $X^6 - 1 \in \mathbf{Q}[X]$.

   ....

   c. È vero che se K è il campo di spezzamento di $X^6 + X^2 + 1 \in \mathbf{F}_2[X]$, allora $[K : \mathbf{F}_2] = 3$?

   ....

   d. È vero che le estensioni finite di campi finiti sono sempre cicliche?

   ....

2. Fornire un esempio concreto di un polinomio irriducibile di grado otto il cui gruppo di Galois è isomorfo a D_4.

3. Dato un gruppo finito $H \subseteq S_p$ (p primo), dimostrare che esiste un estensione di Galois E/F tale che $\mathrm{Gal}(E/F) \cong H$.

4. Enunciare e dimostrare una formula per il numero di polinomi irriducibili di grado n su $\mathbf{F}_p$.

5. Dimostrare che, fissato $N \in \mathbf{N}$, esistono infiniti campi, a due a due linearmente disgiunti che ammettono almeno 2^N sottocampi quadratici.

6. Si enunci nella completa generalità il Teorema di corrispondenza di Galois.

7. Descrivere tutti gli elementi del gruppo di Galois del polinomio $x^6 - 9 \in \mathbf{Q}[x]$ e determinare il reticolo dei sottocampi del campo di spezzamento.

8. Determinare, dato un numero naturale t, un numero algebrico il cui polinomio minimo sui razionali ha un gruppo di Galois isomorfo a $\mathbf{Z}/7^t\mathbf{Z}$.