COGNOME .... *NOME* .... *MATRICOLA* ....

Risolvere il massimo numero di esercizi accompagnando le risposte con spiegazioni chiare ed essenziali. *Inserire le risposte negli spazi predisposti. NON SI ACCETTANO RISPOSTE SCRITTE SU ALTRI FOGLI. Scrivere il proprio nome anche nell'ultima pagina.* 1 Esercizio = 5 punti. Tempo previsto: 2 ore. Nessuna domanda durante la prima ora e durante gli ultimi 20 minuti.

FIRMA	1	2	3	4	5	6	7	8	TOT.
....									

1. Rispondere alle sequenti domande fornendo una giustificazione di una riga (giustificazioni incomplete o poco chiare comportano punteggio nullo):

   a. Quanti elementi ha il gruppo di Galois di $(x^8 - 3)$?

   ....

   b. Scrivere una $\mathbf{Q}$–base del campo di spezzamento del polinomio $(x^2-2)(x^2-3)(x^3-5)(x^2-30) \in \mathbf{Q}[X]$.

   ....

   c. Quanti elementi ha il campo di spezzamento di $(X^6 + X^2 + 3)(x^{32} + x^2) \in \mathbf{F}_2[X]$?

   ....

   d. È possibile costruire un esempio di estensione di un campo finito con gruppo di Galois isomorfo a S_3?

   ....

2. Mostrare che un estensione di campi è finita se e solo se è algebrica e finitamente generata spiegando le nozioni di cui si parla.

3. Sia $\alpha = \cos 9^\circ$ (il coseno di nove gradi). Dopo aver dimostrato che è numero algebrico, se ne calcoli il polinomio minimo e lo si esprima, se possibile, in termini di radicali.

4. Determinare i gruppi di Galois su $\mathbf{Q}$ dei seguenti polinomi $x^3 + x + 10$ e $x^4 + 2x^2 + 5$.

5. Dopo aver dimostrato che $\sin 2\pi/5$ è un numero algebrico, se ne calcoli il polinomio minimo.

6. Si enunci e si dimostri il Lemma di Artin.

7. Dare un esempio di campo finito $\mathbf{F}_{27}$ con 27 elementi determinando tutti i generatori del gruppo moltiplicativo $\mathbf{F}_{27}^*$.

8. Enunciare e dimostrare il Teorema di costruibilità dei poligoni regolari.