COGNOME .... *NOME* .... *MATRICOLA* ....

Risolvere il massimo numero di esercizi accompagnando le risposte con spiegazioni chiare ed essenziali. *Inserire le risposte negli spazi predisposti. NON SI ACCETTANO RISPOSTE SCRITTE SU ALTRI FOGLI. Scrivere il proprio nome anche nell'ultima pagina.* 1 Esercizio = 5 punti. Tempo previsto: 2 ore. Nessuna domanda durante la prima ora e durante gli ultimi 20 minuti.

FIRMA	1	2	3	4	5	6	7	8	TOT.
....									

1. Rispondere alle sequenti domande fornendo una giustificazione di una riga (giustificazioni incomplete o poco chiare comportano punteggio nullo):

   a. Quanti elementi ha il gruppo di Galois di $x^{121} - 1$?

   ....

   b. Esprimere $1/(\alpha + 2)$ come espressione polinomiale in α nel campo $\mathbf{Q}[\alpha], \alpha^3 = 7$.

   ....

   c. Quanti elementi ha il campo di spezzamento di $(X^6 + X^2 + 2X + 65)(x^{64} + x^2) \in \mathbf{F}_2[X]$?

   ....

   d. È possibile costruire un esempio di estensione di un campo finito con gruppo di Galois isomorfo a $\mathbf{Z}/56\mathbf{Z}$?

   ....

2. Dopo aver dato la definizione di sottogruppo transitivo di S_n, si elenchino i sottogruppi transitivi di S_4 descrivendone gli elementi come permutazioni.

3. Mostrare che se f è un polinomio irriducibile di tre a coefficienti in un campo F, $G_f \cong S_3$ se e solo se F_f non contiene sottocampi quadratici.

4. Scrivere tutte le radici di $x^{16}+x^{12}+1 \in \mathbf{F_2}[\alpha]$, con $\alpha^4=\alpha+1$? Provare con α^3+1.

5. Spiegare come si fa a costruire un polinomio il cui gruppo di Galois è isomorfo a $\mathbf{Z}/5\mathbf{Z} \oplus \mathbf{Z}/10\mathbf{Z} \oplus \mathbf{Z}/10\mathbf{Z}$.

6. Sia $\mathbf{F}$ un campo. Definire il discriminante di un polinomio $\mathbf{F}[X]$ e dimostrare che è un elemento di $\mathbf{F}$.

7.* Quanti elementi ha il campo di spezzamento di $(x^2 + x + 1)(x^3 + x^2 + 1)$ su $\mathbf{F}_{2^2}$.

8. Si calcoli il gruppo di Galois di $y^5 - 3y^2 + 1$.