

Tutorato di AL310

Tutori

Luciana S.Longo Sara Milliani

Anno Accademico 2016/2017

13 Ottobre 2016

1. Usare l'algoritmo W Euclideo della divisione per trovare Il massimo comun divisore tra i due polinomi

$$x^3 + x^2 + 2x + 2 \quad x^5 + x + 1 \quad \text{in} \quad F_3[x], F_5[x]$$

Trovare inoltre i polinomi $f(x), g(x)$ in $F_3[x]$ tali che

$$f(X)(X^3 + X^2 + 2X + 2) + g(X)(X^5 + X + 1) = d(X).$$

2. Dimostrare che $x^4 - 10x^2 + 1$ è irriducibile in $Q[x]$
3. Per ognuno dei seguenti polinomi provare che in $Q[x]$ sono irriducibili, in caso contrario provare che ogni fattore del polinomio sia irriducibile in $Q[x]$.

$$x^4 + x^2 + 1, \quad x^4 + 1, \quad x^5 - 1, \quad x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$$

4. Determinare il grado delle seguenti estensioni di campi

$$[Q(\sqrt[5]{2}, \xi_5) : Q] \quad [Q(\sqrt[4]{2}) : Q(\sqrt{2})] \quad [Q(\xi_8, \sqrt{2}) : Q]$$

5. Determinare un polinomio $f(x)$ a coefficienti interi, irriducibile in $Q[x]$, di grado n , per $n \in \{2, 3, 4, 79\}$
6. Determinare se $f(x) = 2x^5 - 5x^3 - 4x^2 - 3x - 3$ è invertibile in $Q[x]/(g(x))$, dove $g(x) = 2x^4 - 7x^2 - 4$
7. Dimostrare che:

(a) se $[F : E] = p$ con p primo, allora F è un'estensione semplice di E .

(b) Fornire un esempio di un'estensione algebrica dei razionali di grado infinito

8. esprimere il seguente polinomio simmetrico di $Z[X, Y, Z]$ come polinomio valutato nelle funzioni simmetriche elementari

$$X^2Y + X^2Z + Y^2X + Y^2Z + Z^2X + Z^2Y$$

9. Calcolare il polinomio minimo su Q di $\xi_{12}, \xi_6, \xi_{14}$