

Tutorato 6 di AL310

Tutori: Luciana Longo e Sara Milliani

16 Dicembre 2016

1. **(Secondo esonero 2002/2003)** Descrivere gli elementi del gruppo di Galois del polinomio $x^5 - 2$ mostrando che ha 20 elementi.
2. **(Secondo esonero 2002/2003)** Calcolare quanti sono i polinomi irriducibili (monici) di grado 6 e 8 su \mathbb{F}_2 .
3. **(Secondo esonero 2002/2003)** Dopo aver enunciato il teorema di caratterizzazione per i numeri reali costruibili, si dimostri che $\sqrt{1 + \sqrt{3 - \sqrt[8]{2}}}$ è costruibile, esibendone una costruzione nel senso della teoria dei campi. Dimostrare anche che $\sqrt[5]{2}$ non è costruibile.
4. **(Secondo esonero 2004/2005)** Descrivere gli elementi del gruppo di Galois del polinomio $(x^2 - 2)(x^2 - 3)(x^2 - 5)(x^2 - 30)$.
5. **(Secondo esonero 2006/2007)** Determinare tutti i sottocampi del campo $\mathbb{Q}(\xi_{17})$.
6. **(Secondo esonero 2006/2007)** Dopo aver dimostrato che $\cos(\frac{\pi}{8})$ è costruibile, se ne determini esplicitamente una costruzione.
7. **(Appello 2002/2003)** Calcolare il gruppo di Galois del polinomio $x^4 - 7$.
8. **(Appello 2002/2003)** Fornire due esempi distinti di campi finiti \mathbb{F}_9 con 9 elementi e costruire un isomorfismo tra i due.
9. **(Appello 2002/2003)** Definire la nozione di sottogruppo transitivo di \mathbb{S}_n ed elencare tutti i sottogruppi transitivi di \mathbb{S}_3 e \mathbb{S}_4 .
10. **(Secondo esonero 2009/2010)** Rispondere alle seguenti domande fornendo una giustificazione di una riga:
 - (a) È vero che il numero $3 + \sqrt{\sqrt{2} + \sqrt{7} + \sqrt[4]{5}}$ è costruibile?

- (b) È vero che un qualsiasi polinomio di grado 5 con esattamente 3 radici reali ha gruppo di Galois isomorfo a \mathbb{S}_5 ?
11. (**Appello 2002/2003**) Calcolare il grado del polinomio minimo su \mathbb{Q} di $\xi_{13} + \xi_{13}^3 + \xi_{13}^9$.
 12. (**Secondo esonero 2009/2010**)
Determinare il gruppo di Galois di $x^4 + 3x^2 + 1 \in \mathbb{Q}[x]$ e $x^4 + 3x^2 + 1 \in \mathbb{F}_2[x]$.
 13. (**Secondo esonero 2011/2012**) Sia $E = \mathbb{Q}[\sqrt{3}, \sqrt{5}]$ e sia $\gamma := \sqrt{3} + \sqrt{5}$ un elemento primitivo di E . Scrivere il polinomio minimo di γ su \mathbb{Q} e descrivere tutti i sottocampi di E .
 14. (**Secondo esonero 2006/2007**) Calcolare il numero di elementi del campo di spezzamento del polinomio $(x^{2^8} - x)(x^8 + x^4 + 1)(x^{12} + x^4 + 1)(x^5 + x) \in \mathbb{F}_2[x]$.