

## Tutorato 3 AL310

Docente: Francesco Pappalardi. Esercitatore: Valerio Talamanca

Tutori: Valeria Cinelli, Federica Fino

Mercoledì 31 ottobre 2018

**Esercizio 1.** Sia  $\mathbb{Q}(\alpha)$  il campo a gambo con  $\alpha^3 = \alpha + 1$ . Calcolare  $\frac{1}{\alpha}$ ,  $\frac{1}{\alpha+4}$ ,  $\alpha^5$  e  $\frac{1}{\alpha^2}$ .

**Esercizio 2.** Calcolare i gradi delle seguenti estensioni di campi:

- $[\mathbb{Q}(2^{\frac{1}{5}}, \zeta_5) : \mathbb{Q}]$
- $[\mathbb{Q}(2^{\frac{1}{4}}) : \mathbb{Q}(\sqrt{2})]$
- $[\mathbb{Q}(\zeta_3, \sqrt{2}) : \mathbb{Q}]$

**Esercizio 3.** Calcolare il campo di spezzamento dei seguenti polinomi e determinarne il grado dell'estensione su  $\mathbb{Q}$ :

- $f(x) = x^4 - x^3 + 2x^2 - x + 1$
- $g(x) = (x^4 - 2)(x^2 + 1)((x - 3)^2 + 6)$

**Esercizio 4.** Verificare che  $\cos(\frac{2\pi}{9})$  e  $\cos(\frac{2\pi}{5})$  sono algebrici e calcolarne i rispettivi polinomi minimi.

**Esercizio 5.** • Descrivere gli  $\mathbb{Q}(\sqrt{-1})$ -omomorfismi di  $\mathbb{Q}(\zeta_{16})$  in  $\mathbb{C}$ .

- Descrivere gli  $\mathbb{Q}(\sqrt{-1})$ -omomorfismi di  $\mathbb{Q}(\sqrt{-3}, \sqrt{3})$  in  $\mathbb{C}$ .

**Esercizio 6.** Scrivere una  $\mathbb{Q}$ -base del campo di spezzamento del polinomio  $f(x) = (x^2 - 2)(x^2 - 3)$  in  $\mathbb{Q}[x]$ .

**Esercizio 7.** Trovare il numero di fattori irriducibili del polinomio  $f(x) = x^{255} - 1$  in  $\mathbb{Q}[x]$  e in  $\mathbb{F}_2[x]$ .

**Esercizio 8.** Calcolare il numero di elementi del campo di spezzamento del polinomio  $(x^{2^8} - x)(x^8 + x^4 + 1)(X^{12} + x^4 + 1)(x^5 + x)$  in  $\mathbb{F}_2[x]$ .