COGNOME .... *NOME* .... *MATRICOLA* ....

Risolvere il massimo numero di esercizi accompagnando le risposte con spiegazioni chiare ed essenziali. *Inserire le risposte negli spazi predisposti. NON SI ACCETTANO RISPOSTE SCRITTE SU ALTRI FOGLI. Scrivere il proprio nome anche nell'ultima pagina.* 1 Esercizio = 4 punti. Tempo previsto: 2 ore. Nessuna domanda durante la prima ora e durante gli ultimi 20 minuti.

FIRMA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	TOT.
....										

1. Sia $f(x) = x^5 - 2$.
   -a- Determinarne il gruppo di Galois;
   -b- Etichettarne le radici usando i numeri da uno a 5 e descriverne esplicitamente il gruppo di Galois come sottogruppo di S_5.

2. Considerare $\mathbf{Q}(\zeta_{60})$.
   -a- Descriverne il gruppo di Galois e scriverlo come prodotto di gruppi ciclici
   -b- Elencarne i sottocampi

3. Calcolare le radici di $X^3 + X + 1$ nel campo $(\mathbf{F}_2[\alpha], \alpha^3 = 1 + \alpha^2)$

4. Sia $\alpha = \cos(\pi/20)$
   -a- Dimostrare che α è costruibile;
   -b- Determinare esplicitamente una costruzione di $\mathbf{Q}(\alpha)$;
   -c- Scrivere una formula esplicita usando radicali per α.

5. Determinare un polinomio a coefficienti razionali con gruppo di Galois isomorfo a $S_3 \times S_3$.

6. Fornire un esempio di un polinomio irriducibile di grado sei il cui gruppo di Galois è isomorfo a S_3.

7. Si enunci nella completa generalità il Teorema di corrispondenza di Galois e se ne dimostrino le parti salienti.

8. Spiegare il metodo per calcolare il gruppo di Galois di un polinomio irriducibile di grado 4.

9. Un polinomio irriducibile $f \in \mathbf{F}_p[x]$ di grado m si dice *primitivo* se $\gamma \in \mathbf{F}_p[\gamma], f(\gamma) = 0$ ha ordine (moltiplicativo) $p^m - 1$.
   -a- Determinare tutti i polinomi primitivi in $\mathbf{F}_2[x]$ di grado minore o uguale a 4
   -b- Dimostrare che il numero di polinomi primitivi $\mathbf{F}_p[x]$ di grado m è pari a $\varphi(p^m - 1)/m$.